

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ имени П. Н. ЛЕБЕДЕВА
АСТРОКОСМИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
ПУШИНСКАЯ РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ

На правах рукописи

РОДИН Александр Евгеньевич

**ПРЕЦИЗИОННАЯ АСТРОМЕТРИЯ ПУЛЬСАРОВ
В ПРИСУТСТВИИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ШУМОВ**

Специальность 01.03.02 - астрофизика, радиоастрономия

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научные руководители –
доктор технических наук Ю. П. Илясов,
доктор физико-математических наук С. М. Копейкин

Москва 2000

Содержание

Введение	7
1 Пульсарная радиоинтерферометрия со сверхдлинной базой	18
1.1 Алгоритм обработки РДБ-наблюдений	18
1.1.1 Геометрическая задержка	18
1.1.2 Особенности пульсарного РСДБ	19
1.1.3 Влияние тропосферы	21
1.1.4 Влияние ионосферы	22
1.1.5 Каталоги опорных радиоисточников	22
1.2 Аппаратура регистрации РСДБ	23
1.3 Наблюдения и анализ данных	24
1.4 РСДБ-координаты PSR 0329+54 и их сравнение с координатами, полученными методом хронометрирования	28
1.5 Ещё об одной возможной причине расхождения координат	35
1.6 Выводы к главе 1	39
2 Шкала динамического пульсарного времени	42
2.1 Краткий обзор астрономических шкал времени	42
2.1.1 Всемирное время	42
2.1.2 Эфемеридное время	43
2.1.3 Атомное время	43
2.1.4 Пульсарное время	44
2.2 Орбитальные параметры и алгоритм хронометрирования двойных пульсаров	45
2.3 Шумы хронометрирования. Коррелированные шумы	46
2.4 Оценивание параметров пульсара методом наименьших квадратов	48
2.5 Дисперсия Аллана орбитальной частоты	55
2.6 Пульсары J1713+0747, B1913+16 и шкала ВРТ	58
2.7 Выводы к главе 2	64
3 Долговременные вариации остаточных уклонений в моментах приходов импульсов от пульсаров	66
3.1 Причины долговременных вариаций параметров пульсара	66
3.1.1 Звёздные скопления	67
3.1.2 Удаленные компаньоны пульсаров	69
3.1.3 Астероидный шум	70
3.2 Влияние различных типов орбит на остаточные уклонения МПИ пульсаров .	71
3.2.1 Гиперболические орбиты	72

3.2.2	Параболические орбиты	77
3.2.3	Эллиптические орбиты	77
3.2.4	Анализ формулы связи пульсарного и барицентрического времени . .	78
3.3	Спектры мощности вариаций МПИ	89
3.4	Экспериментальные данные и их интерпретация	92
3.4.1	Пульсар PSR B1620-26	93
3.4.2	Пульсар PSR B1822-09	95
3.5	Выводы к главе 3	100
4	Перспективы развития	101
4.1	РСДБ-наблюдения сети реперных пульсаров	101
4.2	Хронометрирование двойных пульсаров	102
4.3	Наблюдения пульсаров в шаровых скоплениях	102
	Заключение	103
	Библиография	106

Список рисунков

1.1	Остаточные уклонения групповой задержки при наблюдениях пульсара PSR 0329+54 с опорными источниками, сделанные в марте 1995 года. По горизонтальной оси - остаточные уклонения в пикосекундах времени, по вертикальной оси - время в днях. Разными буквами отмечены разные источники.	29
1.2	Остаточные уклонения групповой задержки при наблюдениях пульсара PSR 0329+54 с опорными источниками, сделанные в мае 1996 года.	30
1.3	Остаточные уклонения групповой задержки при наблюдениях пульсара PSR 0329+54 с опорными источниками, сделанные в мае 1998 года.	31
1.4	Астрометрические положения PSR B0329+54 по наблюдениям разных авторов, приведённые на эпоху 1996.36. В правом верхнем углу для масштаба приведена ошибка $\pm 0.1''$. Обозначения смотри в тексте.	32
1.5	График полного содержания электронов в ионосфере Земли в направлении на зенит. Измерения сделаны со 2 по 7 апреля 1998 г. на радиотелескопе РТ-22 в г.Пушино.	34
1.6	Остаточные уклонения пульсара PSR B0329+54, возникающие после: 1) подгонки полиномом времени 2-й степени; 2) подгонки полиномом времени 2-й степени и периодической функцией, возникающей из-за возможного движения одной планеты вокруг пульсара; 3) подгонки полиномом времени 2-й степени с использованием фиксированных РСДБ-координат пульсара; 4. подгонки 1-го графика с помощью фурье-компонент, включая компоненту с периодом 1 год.	38
1.7	Спектры мощности остаточных уклонений МПИ пульсара PSR B0329+54. Верхний график соответствует спектру мощности остаточных уклонений МПИ, подогнанных полиномом времени 2-й степени. Нижний график соответствует спектру мощности остаточных уклонений после дополнительной подгонки гармоническим рядом. Видно, что после частоты $\sim 3 \text{ год}^{-1}$ спектр остаточных уклонений на нижнем графике приобретает характер белого шума. Также видно, что все низкочастотные составляющие ($f < 3 \text{ год}^{-1}$) полностью удалены.	40
2.1	Схематическое поведение относительной стабильности вращательной частоты пульсара, характеризуемой параметром σ_y (сплошная линия), и его орбитальной частоты, характеризуемой параметром σ_v (пунктирная линия). . . .	59

- 2.2 Кривые σ_y и σ_v , рассчитанные для пульсара J1713+0747 в предположении, что эксцентриситет орбиты $e = 0$. Минимум кривой σ_v достигается на интервале $\tau = 20$ лет и определяется исключительно амплитудой шумов стохастического фонового гравитационного излучения (спектр мощности вида $1/f^5$). Амплитуда данного шума $h_5 = \Omega_g h^2 = 10^{-8}$. Амплитуда шума $1/f^6$ была выбрана так, что его вклад в σ_y и σ_v заметен лишь на интервале времени больше 20 лет. Пунктирная и штрих-пунктирная линии показывают интенсивность шумов вида $1/f^5$ и $1/f^6$ и ограничивают поведение кривых σ_y и σ_v снизу. Данный пульсар является подходящим кандидатом для установления верхнего предела на амплитуду фонового гравитационного излучения, т. к. интервал времени, на котором достигаются минимумы кривых σ_y и σ_v , является достаточно коротким для проведения экспериментальных исследований. 61
- 2.3 Кривые σ_y и σ_v , рассчитанные для пульсара B1913+16 без учета эллиптичности его орбиты. Минимум кривой σ_v достигается значительно позже минимума σ_y . Штриховая и штрих-пунктирная линии показывают интенсивность шумов вида $1/f^5$ и $1/f^6$ для σ_y и σ_v . Рассматриваемый пульсар не подходит для нахождения амплитуды фонового гравитационного излучения, т.к. минимум σ_v определяется шумом $1/f^6$, который начинает доминировать существенно раньше шума стохастических гравитационных волн. Данный пульсар является хорошим кандидатом в качестве хранителя шкалы динамического эфемеридного времени, т.к. минимум σ_v является достаточно глубоким и достигается на столь длительном интервале времени, что все остальные известные стандарты времени и частоты на таком интервале имеют значительно худшую стабильность. Учёт эллиптичности орбиты не сказывается существенным образом на поведении кривых σ_y и σ_v и не влияет на результаты наших аналитических заключений. 62
- 3.1 Зависимость амплитуды остаточных уклонений МПИ пульсара от массы пролетающего мимо пульсара тела M и прицельного расстояния b , на котором это тело пролетает мимо пульсара. Пунктирные линии показывают какие комбинации M и b необходимы для достижения определённой величины остаточных уклонений, выраженной в секундах. 79
- 3.2 Зависимость формы кривой остаточных уклонений МПИ пульсара от времени при определённой ориентации орбиты относительно наблюдателя. Фиксированы параметры орбиты $b = 1000$ свет. сек., $e = 1.001$, $i = \pi/4$, массы пульсара $M_1 = 2M_\odot$ и тела $M_2 = 10^{-6}M_\odot$, вращательная частота пульсара $\nu = 1$ Гц и производные частоты $\dot{\nu} = \ddot{\nu} = 0$. Пунктирная линия показывает зависимость (4.54). Штрих-пунктирная линия показывает квадратичный полином времени, вписанный в кривую (4.54) методом наименьших квадратов. Остаточные уклонения, показанные сплошной кривой, есть разность кривой (4.54) и квадратичного полинома. По оси абсцисс отложено время в секундах, отсчитываемое от момента наибольшего сближения пульсара и возмущающего тела. По оси ординат отложена величина остаточных уклонений в секундах. 80

3.3	Эффект Шапиро как функция времени при разных углах наклона орбиты i и разной долготе периастра ω . Фиксированы параметры $M_1 = 1.7M_\odot$, $M_2 = 0.00043M_\odot$, $b = 10$ а.е., $\omega = -\pi/10$. а) Наклон i принимает значения 0° (чёрная кривая), 18° , 36° , 54° , 72° , 90° (светло-серая кривая). б) Эффект Шапиро как функция времени при разной долготе периастра ω и угле наклона $i = 89^\circ$. Долгота периастра принимает значения -0.8π (тёмно - серая кривая), -0.6π , -0.4π , -0.2π (светло-серая кривая).	81
3.4	Поведение доплер-фактора и его производных в случае гиперболической орбиты. Используются следующие орбитальные параметры: $M_1 = 1.7M_\odot$, $M_2 = 0.00043M_\odot$, $b = 10$ а.е., $e = 1.9$, $i = -\pi/2$, ω принимает значения от $-\pi$ (тёмно-серая кривая) до 0 (светло-серая кривая) на графике $\frac{d(T-t)}{dt}$ и от $-\pi/2$ (тёмно-серая кривая) до 0 (светло-серая кривая) на остальных графиках. На всех графиках время t в секундах отсчитывается от момента наибольшего сближения пульсара и возмущающего тела.	83
3.5	Поведение величины $T - t$ (верхний график) и доплер-фактора z (нижний график) в случае параболической орбиты. Параметр орбиты $q = 2$ а.е., $M_1 = 2M_\odot$, $M_2 = 0.002M_\odot$. Долгота перицентра ω меняется от 0 (тёмно-серая кривая) до $\pi/2$. По оси абсцисс отложено время в секундах от момента наибольшего сближения пульсара и возмущающего тела.	84
3.6	Спектр мощности остаточных уклонений МПИ пульсара, рассчитанный на основании измеренных вращательных параметров пульсара В1620-26 и формулы (4.89). Спектр рассчитывался только с учётом параметров $\ddot{\nu}$, $\nu^{(3)}$, $\nu^{(4)}$, т. к. предполагалось, что из остаточных уклонений в результате подгонки уже вычтен квадратичный полином времени. Спектр построен на интервале наблюдений $T = 10^8$ с.	94
3.7	Остаточные уклонения пульсара PSR 1822-09 и производные частоты вращения. Расчёт производился в предположении гиперболической орбиты. Точками показаны наблюдательные данные, сплошной кривой - теоретические расчёты. Для краткости введены обозначения $\nu^{(3)} = \nu_3$, $\nu^{(4)} = \nu_4$	97
3.8	Остаточные уклонения пульсара PSR 1822-09 и производные частоты вращения для эллиптической орбиты. Точками показаны наблюдательные данные, сплошной кривой - теоретические расчёты. Для наглядности показано два периода. Хорошо видно, что в рамках эллиптического движения наблюдается плавное изменение периода с последующей его стабилизацией. Изменение периода соответствует прохождению пульсара вблизи перицентра, постоянный период соответствует участку орбиты около апоцентра. Используются те же обозначения, что и в предыдущем рисунке.	99
3.9	Карта окрестностей пульсара PSR В1822-09. Крестом обозначено положение пульсара.	100

Список таблиц

1.1	Предельное значение параметрического периода T_{par} и относительное изменение периода $\Delta P/P$, вызванное ускорением α , вычисленные для пульсара с периодом 1.5 мс при ширине строба $0.1P$	21
1.2	Отношение сигнал/шум при наблюдениях пульсара PSR 0329+54 вместе с опорными источниками.	25
1.3	Опорные источники, используемые для наблюдений пульсара PSR B0329+54.	27
1.4	Координаты радиоисточника 0300+470, полученные из РСДБ-наблюдений	27
1.5	Координаты пульсара PSR B0329+54, полученные из РСДБ-наблюдений. Для сравнения добавлены координаты, взятые из работы (Bartel, 1985). Указана только формальная ошибка координат, полученная при обработке методом наименьших квадратов, без учета флуктуаций ионосферы и методической ошибки.	29
2.1	Спектр мощности и соответствующая ему автоковариационная функция белого и коррелированных шумов (Koreikin, 1997a). Величины h_s , $s = 0, 1, 2, \dots, 6$ характеризуют амплитуду шумов.	52
2.2	Зависимость дисперсий пульсарных параметров от вида спектра мощности. Величина h_s , ($s = 0, 1, \dots, 6$) - интенсивность спектра мощности шума с спектральным индексом s , ν - частота вращения пульсара, n - орбитальное среднее движение, x - проекция большой полуоси орбиты пульсара на луч зрения, τ - интервал наблюдений.	55
2.3	Зависимость дисперсий пульсарных параметров от вида спектра мощности шумов остаточных уклонений МПИ пульсара. Параметры h_s , ν , n , x , T имеют то же значение, что и в таблице 2.2	57
2.4	Орбитальные параметры некоторых двойных пульсаров. P - период пульсара в миллисекундах, d - расстояние до пульсара, P_b - орбитальный период пульсара в сутках, x - проекция большой полуоси орбиты на луч зрения в световых секундах, e - эксцентриситет орбиты, r - амплитуда эффекта Шапиро.	64
3.1	Коэффициенты разложения фазы пульсара по степеням времени.	87
3.2	Коэффициенты разложения фазы пульсара по степеням времени при движении по гиперболической, параболической и эллиптической орбите.	88

Введение

Пульсарная астрометрия - относительно недавно появившаяся часть астрометрии, которая, как это следует из названия, измеряет пространственно-временные координаты пульсаров. Т. к. подавляющее число пульсаров наблюдаются в радиодиапазоне, то применяются методы, развитые в радиоастрономии. В данной работе рассматриваются и используются два основных метода: радиоинтерферометрия со сверхдлинной базой (РСДБ) и хронометрирование. РСДБ используется для наблюдений не только пульсаров, а всех радиоисточников. Хронометрирование же в силу специфичности самого метода используется только для наблюдений объектов, излучающих периодические импульсы. Оба метода позволяют определять координаты пульсаров геометрическим способом: РСДБ - зная геометрию расположения базы в пространстве, хронометрирование - основываясь на геометрии орбиты Земли. В дополнение к измерению координат хронометрирование пульсаров позволяет построить независимую шкалу времени, которая основывается только на наблюдениях группы высокостабильных пульсаров.

Низкочастотным шумом называется такой шум, автокорреляционная функция которого отлична от дельта-функции. Другие названия низкочастотного шума - коррелированный, окрашенный, красный шум. Все эти названия будут использоваться в данной работе.

Высокоточные астрометрические наблюдения пульсаров являются хорошим средством для решения различных задач астрометрии, астрофизики, космологии, фундаментальной метрологии. А именно, на основе таких наблюдений становится возможным установление на небе инерциальной системы координат, реализованной кинематически, т. е. на основе точных координат и собственных движений пульсаров; установление связи между различными системами координат (квазарной и динамической); построение пульсарных шкал времени, основанных как на периодичности собственного вращения пульсара, так и на периодичности обращения пульсара вокруг барицентра двойной системы; оценка фона гравитационного излучения; исследование спектров шумов в остаточных отклонениях моментов приходов импульсов и, как следствие, исследование физических процессов внутри и около пульсара, в частности, исследование гравитационных полей и распределение массы

в шаровых скоплениях.

Т. к. современные наблюдения отличаются очень высокой точностью, то возникает проблема адекватного учёта шумов, присутствующих в наблюдаемых величинах. При этом ряд исходных принципов, которые выполнялись при низком уровне точности наблюдений (некоррелированность случайных ошибок, постоянство параметров математической модели, применяемой для редукции наблюдений) уже не выполняются. В первую очередь это относится к независимости ошибок наблюдений. И в РСДБ, и в хронометрировании велико влияние коррелированных (или низкочастотных) шумов, которые весьма существенно искажают оценки параметров модели, а со временем приводят даже к возрастанию дисперсии оценок. Правильное понимание влияния низкочастотных шумов при редукции наблюдений, а также их корректный учёт являются, таким образом, крайне важными при обработке данных.

Одной из главных задач астрометрии является построение инерциальной системы координат (ИСК). Здесь сразу же будет уместно договориться о терминологии. В астрометрии употребляют несколько схожих по смыслу терминов: система отсчета, система координат, опорная система¹. При этом некоторые из авторов (Kovalevsky, 1991) выделяют несколько уровней иерархии систем отсчета:

1. Идеальная система отсчета – теоретический принцип, на котором основывается конечная опорная система.
2. Система отсчета – определяет физическую систему, на основе которой применяется определение идеальной системы отсчета.
3. Конвенционная система отсчета – в дополнение к пп. 1, 2 параметрам, описывающим физическую систему, присваиваются определенные значения (а потому эта система становится конвенционной).
4. Конвенционная опорная система - набор отправных точек вместе с их координатами, которые материализуют конвенционную систему отсчета.

Цель введения небесных систем отсчета заключается в том, чтобы определить единственным способом средство присвоения координат небесным телам, либо наблюдаемым инструментально, либо выводимым из некоторой теории.

¹Эти термины являются переводами соответствующих английских терминов: reference system, coordinate system and reference frame. Для последнего словосочетания в русском языке нет точного перевода, поэтому используется близкий по смыслу термин

В настоящее время требуемую точность этой системы способен обеспечить РСДБ-метод, а в последние годы к нему также добавляется хронометрирование высокостабильных пульсаров. Сейчас можно уже говорить о точности определения координат радиоисточников лучше 0.001 секунды дуги, как о реально достижимой современными методами. Построение инерциальной системы координат требуется для разных задач: астрофизических, астрометрических и геофизических.

Инерциальную систему координат можно реализовать тремя способами (Абалакин, 1979, Губанов и др., 1983). При этом правильнее было бы говорить о квазиинерциальной системе координат:

1. Геометрически, т.е. когда опорные объекты практически не имеют видимых угловых перемещений на небе. Такими объектами могут служить квазары и компактные детали галактик. В данном случае реализация ИСК сводится к измерению дуг между опорными радиоисточниками. Неподвижность такой системы обеспечивается с точностью до неподвижности опорных радиоисточников.
2. Кинематически. В данном методе считается, что опорные объекты движутся равномерно и прямолинейно. В оптике эту роль всегда выполняли звезды. В последние годы, к звездам прибавились радиоисточники с хорошо измеренными собственными движениями, в частности пульсары (Федоров, 1986). Система координат, опирающаяся на такие источники не будет вращающейся только в том случае, если собственные движения определены абсолютным методом. Видно, что пульсары в этом деле могут существенно помочь, если их собственные движения определены по отношению к практически неподвижным внегалактическим источникам.
3. Динамически. Здесь в качестве опорных объектов служат небесные тела, движущиеся в гравитационном поле. Классическим примером таких объектов служат тела Солнечной системы и искусственные спутники Земли. Для создания инерциальной системы координат в данном методе необходимо знать теорию движения опорных тел. Наряду с чисто гравитационными взаимодействиями на тела действуют также негравитационные силы, которые гораздо хуже поддаются учету (это относится в первую очередь к ИСЗ). Тем самым данный метод не обеспечивает хорошей точности, т.к. требует привлечения дополнительной информации, в значительной степени произвольной.

Т. о., в настоящее время первый метод дает наиболее простой способ построения ИСК. Однако, этому способу присущи и недостатки: если мы захотим абсолютизировать координаты,

наты опорных радиоисточников, то мы натолкнемся на неопределенности во вращательном движении Земли, плюс к этому прямые восхождения радиоисточников определяются с точностью до произвольной постоянной, что также затрудняет определение постоянной прецессии. Ниже в данной работе излагается метод, который позволяет связать две системы координат динамическую, основанную на годичном обращении Земли вокруг Солнца, и квазарную, основанную на положениях удаленных, а потому почти неподвижных квазаров и радиогалактик, и тем самым найти положение точки весеннего равноденствия, которая по традиции является нуль-пунктом систем координат в астрономии, и наклон эклиптики к экватору.

Традиционный и наиболее прямолинейный и простой способ связать две системы координат заключается в сравнении положений небесных источников, наблюдаемых как в одной так и в другой системе координат (Маррей, 1986). Среди таких источников можно выделить пульсары (Федоров, 1986), которые имеют заметное преимущество в точности определения их координат по сравнению с другими объектами. Положение пульсаров определяется по вариациям времен прихода импульсов в течении года из-за движения Земли вокруг Солнца. По этой причине координаты пульсаров, выведенные из хронометрирования (тайминга), ассоциируются с эфемеридами, которые описывают орбитальные параметры Земли. Положения пульсаров в квазарной системе координат привязаны к далеким квазарам, поскольку именно они в настоящее время наилучшим образом задают ориентацию этой системы координат. Довольно точные наблюдения провели Bartel *et al.* (1985) и Gwinn *et al.* (1986). Они наблюдали пульсары с точностью около 4 миллиардсекунд (mas). Работа (Bartel *et al.*, 1985) носит демонстрационный характер с целью показать возможности регистрационной системы Mark III для наблюдений пульсаров. В работе (Gwinn *et al.*, 1986) ставилась задача определения также и параллаксов. Параллаксы были получены для двух относительно сильных и близких пульсаров с точностью 0.6 - 0.8 mas. Использовалась техника дифференциальных РСДБ наблюдений. Многими авторами РСДБ наблюдения пульсаров проводятся с целью определения их собственных движений. Собственные движения нужны для определения их пространственных скоростей, что, в свою очередь позволяет установить место их образования и связь с остатками сверхновых. В работе (Lyne *et al.*, 1982) собственные движения определены для 26 пульсаров в среднем с точностью 1-10 mas/год. Использовалась не совсем традиционная техника дифференциальных РСДБ-наблюдений: пульсары наблюдались на относительно низкой частоте 408 МГц в одной диаграмме направленности с опорными источниками. Это позволило почти полностью исключить влияние атмосферы и ионосферы. Подробно эта методика изложена

в работе (Peckham, 1973).

Точные положения по таймингу были получены многими авторами (см работы: (Rawley *et al.*, 1988), (Kaspi *et al.*, 1994), (Matsakis, Foster, 1995)). V.M.Kaspi *et al.* в работе 1994 года делает обзор результатов хронометрования пульсаров PSR B1855+09, B1937+21 за 7 и 8 лет соответственно. Точность определения координат и собственных движений ≤ 0.12 mas и ≤ 0.06 mas/год соответственно в системе планетных эфемерид DE200. Необычайная стабильность орбитального периода в системе PSR B1855+09 позволяет авторам положить ограничение на вековое изменение ньютоновской гравитационной постоянной $\dot{G}/G = (-9 \pm 18) \times 10^{-12}$ год $^{-1}$. Далее в данной диссертации будет показано, что стабильность орбитального периода можно использовать для ведения новой независимой шкалы времени. Более подробно параметры двойной системы PSR B1855+09 разбираются в работе (Ryba *et al.*, 1991). Определены массы пульсара и компаньона, которые оказались в хорошем согласии с теоретическими предсказаниями, основанными на физике нейтронных звезд и эволюционной модели B1855+09.

D.N.Matsakis *et al.* (1996) рассматривают возможность применения миллисекундных пульсаров для установления долговременной шкалы и квазиинерциальной системы координат. Этими авторами делается вывод, что пока вклад в земные шкалы времени двух наиболее долго наблюдаемых миллисекундных пульсаров PSR B1937+21 и B1855+09 является, по-видимому, минимальным, хотя они и могут оказаться полезными для ведения независимой шкалы времени на длительных интервалах времени и для выявления источника ошибок в атомных шкалах, которые иначе трудно выявить из-за конечной продолжительности жизни атомных стандартов.

Кроме инерциальной системы координат, для нужд современной науки требуется как можно более точная и стабильная шкала времени. Во всех теориях движения небесных тел в качестве аргумента присутствует эфемеридное время (ЕТ). Ясно, что это время является идеальной конструкцией, и необходимо иметь практическую реализацию временной шкалы ЕТ. До появления в конце 50-х годов XX века атомных часов единственной применявшейся шкалой времени для регистрации наблюдений на длительных промежутках было среднее солнечное (всемирное) время УТ, основанное на суточном вращении Земли. Точная реализация УТ требует знания возмущающего внешнего момента, вызванного Луной и Солнцем, а также знания координат полюса вращения Земли (ПВЗ). Координаты ПВЗ определяются достаточно хорошо, и здесь принципиальных трудностей не возникает. Изменчивость шкалы времени УТ относительно шкалы, применявшейся для вычисления эфемерид тел Солнечной системы в соответствии с ньютоновой теорией тяготения, под-

мечена в конце XIX в. Ньюкомом и окончательно установлена в первой половине XX в. Эта изменчивость вызывается приливным трением в системе Земля-Луна и приводит к вековому замедлению осевого вращения Земли и среднего углового движения Луны. Т. о., изменчивость УТ привела к установлению шкалы эфемеридного времени, точно определяемого через параметры орбитального движения Земли.

Хотя всемирное время и не используется в качестве шкалы времени в астрономии, знание его остается необходимым, поскольку именно им определяется мгновенная ориентация Земли в пространстве, а астрометрические (и, в частности, РСДБ) наблюдения проводятся с Земли. В настоящее время изучение вариаций вращения Земли представляет непосредственный интерес для геофизики.

Для астрономических целей всемирное время (УТ) заменено международным атомным временем (ТАИ), которое легко доступно пользователям по радио- и телеканалам. При введении ТАИ нуль-пункт его выбран так, чтобы получить для эпохи 1958, январь, 1 наилучшее согласование с всемирным временем, исправленным за сезонные флуктуации. Шкала атомного времени устанавливается в настоящее время Международным Бюро Времени (BIPM) в Париже сравнением группы цезиевых часов, находящихся в распоряжении организаций, расположенных вокруг всего земного шара. Фундаментальной единицей этой шкалы принимается секунда СИ на уровне моря. Хотя официально шкала ТАИ введена в 1972 г., она фактически существует с 1955 г., когда ВИН начало сравнивать всемирное время с атомной шкалой. В настоящее время можно считать эфемеридное время (ЕТ) и ТАИ эквивалентными, если не считать постоянной разности, которая была найдена из наблюдений и на эпоху 1958, январь, 1 составляла 32.184 секунды. В настоящее время открытым является вопрос о возможных расхождениях шкал ЕТ и ТАИ.

В настоящей диссертации развивается идея пульсарной шкалы времени, но уже основанной на движении пульсара в двойной системе. Собственная частота пульсара здесь играет в какой-то степени роль "несущей частоты" (если использовать термины из радиофизики), а орбитальная частота выступает в качестве эталонной. Данная идея была изложена в работах (Rodin, Kopeilin, Pyasov, 1997; Илясов, Копейкин, Родин, 1998). В данных работах рассматривается реальный случай определения параметров на фоне коррелированных шумов, и главное внимание уделяется поведению дисперсий оцениваемых параметров в зависимости от интервала времени наблюдений.

Коррелированные шумы могут иметь совершенно различное происхождение. Это может быть стохастический фон гравитационных волн, образовавшихся на ранней стадии возникновения Вселенной, вариации электронной плотности вдоль луча зрения в межпла-

нетной среде и ионосфере Земли, прецессия пульсара, планетная система вокруг пульсара и др. В последней главе настоящей работы роль низкочастотных коррелированных шумов выполняют гравитационные возмущения в квазиравномерном движении пульсара. Показывается, что вариации в остаточных отклонениях МПИ, интерпретируемые как возмущения в движении пульсара, хорошо объясняются в рамках гравитационных возмущений.

Объектом исследования в настоящей работе выступают пульсары, характеризующиеся набором параметров, интересных с точки зрения астрометрии, метрологии и космологии. В первую очередь такими параметрами являются координаты и собственное движение, а также собственная частота вращения пульсара и период обращения по орбите в случае, если пульсар двойной.

Предметом исследования в данной работе выступают наблюдательные данные в виде геометрических задержек и частот интерференции (в РСДБ-наблюдениях), моментов приходов импульсов (МПИ используются в главе, посвященной шкале ВРТ) и в виде остаточных отклонений МПИ (эти данные используются в главе, посвященной гравитационным возмущениям как источнике низкочастотных шумов).

Основной целью работы является анализ наблюдательных данных в присутствии низкочастотных шумов, а именно:

- использование более продвинутых в вычислительном смысле алгоритмов, позволяющих получать более правильные оценки параметров, не подверженные искажающему действию коррелированных шумов;
- анализ поведения дисперсий вращательных и орбитальных параметров пульсара в зависимости от интервала наблюдений методом наименьших квадратов;
- теоретическое объяснение наблюдаемых у ряда пульсаров долговременных вариаций в МПИ за счёт отклонения движения пульсара от квазиравномерного и прямолинейного, вызываемого, в свою очередь, гравитационными возмущениями массивных тел.

Теоретической основой и базовым методом представленных в данной работе исследований является теория статистических выводов для различных вероятностных моделей, описываемых конечным числом параметров. Исходная вероятностная модель может включать детерминированную часть и случайную составляющую, образующую стационарный случайный процесс. Среди всех статистических методов в первую очередь используется регрессионный анализ (метод наименьших квадратов, МНК). Так как часто условия применения классического МНК не выполняются, то используется модифицированный МНК, учитывающий нарушения исходных предпосылок о свойствах случайной составляющей.

Все результаты, изложенные в данной работе докладывались на следующих научных мероприятиях:

1. Отчётных сессиях АКЦ в 1996, 1997, 1998 и 1999 гг.
2. XXVI радиоастрономической конференции в С.-Петербурге в 1995 г.
3. Коллоквиуме МАС № 160 "Pulsars: problems and progress", Сидней, Австралия, 1996.
4. Международной конференции "Современные проблемы и методы астрометрии и геодинамики", С.-Петербург, 1996.
5. Международном рабочем совещании "Asia Pacific Telescope and Asia Pacific Space Geodynamics", Кашима, Япония, 1996.
6. XXVII радиоастрономической конференции в С.-Петербурге в 1997 г.
7. XXX конференции молодых европейских радиоастрономов, Краков, Польша, 1997.
8. Школе-семинаре молодых радиоастрономов "Радиоастрономия в космосе", Пушино, 14 - 16 апреля 1998.
9. Коллоквиуме МАС 164, Сан-Франциско, США, 1998.
10. Симпозиуме EVN/JIVE, Голландия, 1998.
11. Школе-семинаре молодых радиоастрономов "Сверхвысокое угловое разрешение в радиоастрономии", Пушино, 9 - 11 июня 1998.
12. Коллоквиуме МАС № 177 "Pulsar Astronomy - 2000 and beyond: ", Бонн, Германия, 1999.

Список публикаций автора по теме данной диссертации:

1. M.Sekido, M.Imae, Y.Hanado, Y.P.Ilyasov, V.V.Oreshko, A.E.Rodin, S.Hama, J. Nakajima, E. Kawai, Y. Koyama, T. Kondo, N. Kurihara, and M. Hosokawa, "Astrometric VLBI Observation of PSR0329+54". 1999, PASJ, **51**, No. 5, pp.595-601.
2. M.Sekido, M. Imae, S. Hama, Y. Koyama, T. Kondo, J. Nakajima, E. Kawai N. Kurihara, Yu. P. Ilyasov, V.V.Oreshko, A.E.Rodin, B.A.Poperechenko, " Pulsar VLBI experiment with the Kashima(Japan) - Kalyazin(Russia) baseline", New Astronomy Review, 1999, **43**/8-10, pp. 599-602.

3. A. E. Rodin. Gravitational perturbations as a source of timing noise, Proceedings of the Colloq. IAU 177, 31 Aug. - 3 Sep. 1999, Bonn, Germany.
4. A. E. Rodin, Yu. P. Ilyasov, V. V. Oreshko, M. Sekido. Timing noise as a source of discrepancy between timing and VLBI pulsar positions. Proceedings of the Colloq. IAU 177, 31 Aug. - 3 Sep. 1999, Bonn, Germany.
5. Yu. P. Ilyasov, V. A. Potapov, A. E. Rodin. Pulsar timing noise spectra of pulsars 0834+06, 1237+25, 1919+21, 2016+28 from 1978 - 1999 yrs. observations. Proceedings of the Colloq. IAU 177, 31 Aug. - 3 Sep. 1999, Bonn, Germany.
6. А. Е. Родин. Гравитационные возмущения как источник шума хронометрирования пульсаров. Тезисы докладов школы-семинара молодых радиоастрономов "Сверхвысокое угловое разрешение в радиоастрономии", 9 - 11 июня 1999, Пушино, стр. 19 - 20.
7. M. Sekido, A. E. Rodin, Yu. P. Ilyasov, M. Imae, V. V. Oreshko, S. Hama. Precise coordinates and proper motion of pulsar PSR 0329+54 by Kashima - Kalyazin VLBI. Accepted to Astron. J. 1999.
8. M. Sekido, S. Hama, H. Kiuchi, M. Imae, Y. Hanado, Y. Takahashi, A. E. Rodin, Yu. P. Ilyasov. 1998, in Proc. of IAU Colloquium 164, ed. J. A. Zensus, G. B. Teylor, J. B. Worobel, A.S.P. Conf. Ser. Vol.105, (BookVrafter, San Francisco), p. 403.
9. Ю. П. Илясов, С. М. Копейкин, А. Е. Родин, Астрономическая шкала времени, основанная на орбитальном движении пульсара в двойной системе, 1998, ПАЖ, № 4, стр. 275-284.
10. А. Е. Родин, М. Секидо, РСДБ - наблюдения пульсара В0329+54, Тезисы докладов школы-семинара молодых радиоастрономов "Радиоастрономия в космосе" 14-16 апреля 1998, Пушино, стр. 8-10.
11. A. E. Rodin, S. M. Kopeikin, Yu. P. Ilyasov, Astronomical time scale based on the orbital motion of pulsar in binary system, 1997, Acta cosmologica, FASCICULUS XXIII-2, p. 163-166.
12. Ю. П. Илясов, С. М. Копейкин, А. Е. Родин, Характеристики шкалы эфемеридного времени, основанной на орбитальном движении двойного пульсара. 1997, В сборнике "Проблемы современной радиоастрономии", С. - Петербург, т. 2, стр. 189.

13. А. Е. Родин. Влияние пролета массивного тела на вид остаточных уклонений МПИ пульсара. 1997, В сборнике "Проблемы современной радиоастрономии", С. - Петербург, т. 2, стр. 193.
14. R. Akhmetov, S. Нама, Yu. Ilyasov, A. Rodin, M. Sekido. Reference catalog of radio sources for VLBI observations of pulsars, 1997, Baltic Astronomy, v.6, № 4, p.347.
15. M. Sekido, S. Нама, H. Kiuchi, M. Imae, Y. Hanado, Y. Takahashi, A. E. Rodin, V. V. Oreshko, Yu. P. Ilyasov, B. A. Poperechenko. Development of K4 correlator for Japan-Russia pulsar VLBI, 1996, Proceedings of the TWAA, Kashima, Japan, p. 183-187.
16. А. Е. Родин, Yu. P. Ilyasov, V. V. Oreshko, А. Е. Авраменко, В. А. Попереченко, М. Секидо, М. Имае, Y. Hanado. Pulsar VLBI on Kalyazin (Russia) Kashima (Japan) baseline. 1996, Proceedings of the TWAA, Kashima, Japan, p. 265-268.
17. Ю. П. Илясов, М. Имае, С. М. Копейкин, А. Е. Родин, Т. Фукушима. Двойные пульсары как высокоточные астрономические часы. Труды конференции "Современные проблемы и методы астрометрии и геодинамики". С.-Петербург, 1996.
18. А. Е. Авраменко, М. Имае, Ю. П. Илясов, В. А. Попереченко, В. В. Орешко, А. Е. Родин, М. Секидо, Ю. Ханано. РСДБ-наблюдения пульсаров на базе Калязин (Россия) Касима (Япония). Труды конференции "Современные проблемы и методы астрометрии и геодинамики". С.-Петербург, 1996.
19. Y. P. Ilyasov, A. E. Rodin, A. E. Avramenko, V. V. Oreshko et al. Pulsar VLBI Experiment with Kashima (Japan) - Kalyazin (Russia) Baseline. IAU Colloquium 160 Pulsars: Problems and progress, 1996.
20. M. Sekido, Yu. Hanado, M. Imae, Y. Takahashi, Y. Koyama, Yu. Ilyasov, A. Rodin, A. Avramenko, V. Oreshko, B. Poperechenko. Kashima (Japan) Kalyazin (Russia) pulsar VLBI experiment in 1995. TDC news at CRL, № 7, October 1995, p. 17.
21. A. Avramenko, M. Imae, Yu. Ilyasov, Ya. Koyama, V. Oreshko, B. Poperechenko, A. Rodin, M. Sekido, Yu. Takahashi and Yu. Hanado. "VLBI-observations pulsars on base Kalyazin-Kashima at 1.4 GHz. Pulsar time scale program". XXVI Radio Astronomy Conference. Theses of papers. p.235 (1995).
22. A. Rodin, M. Sekido, V. Oreshko, Yu. Hanado, V. Potapov. "Upgrading software package SKED for VLBI observations Russian-Japanese program "Pulsar time scale". XXVI Radio

- Astronomy conference. Theses of papers. p.303. (1995).
23. A. Avramenko, O. Doroshenko, Yu. Ilyasov, V. Potapov, A. Rodin, G.Khechinashvili.
"Automatization of investigations and information supply of pulsar timing." XXVI Radio
Astronomy Conference. Theses of papers. p.309. (1995).

Глава 1

Пульсарная радиоинтерферометрия со сверхдлинной базой

В марте 1995 года начались совместные российско-японские РСДБ наблюдения пульсаров (Rodin *et al.*, 1996; Sekido *et al.*, 1998; Sekido *et al.*, 1999). Цель этих наблюдений - определение положений пульсаров на небе с высокой точностью, что позволяет:

- определить параллаксы пульсаров, т. е. измерить расстояние до них;
- измерить собственные движения пульсаров и, таким образом, изучить кинематику и динамику звёзд в Галактике;
- связать небесные системы координат: динамическую, основанную на эфемеридах тел Солнечной системы, и квазарную, основанную на положениях внегалактических радиоисточников, определяемых с вращающейся вокруг своей оси Земли.

1.1 Алгоритм обработки РДБ-наблюдений

1.1.1 Геометрическая задержка

Теоретическое выражение для геометрической задержки, т. е. для разности моментов прихода волнового фронта на первую и вторую антенны интерферометра получено несколькими авторами (Копейкин, 1990; Дорошенко и др., 1990). Имеется также стандарт Международной службы вращения Земли (International Earth Rotation Service, IERS), который предписывает как вычислять геометрическую задержку для получения полной совместности РСДБ-данных, полученных в разных наблюдательных сессиях.

Геометрическая задержка представляется следующей формулой (Копейкин, 1990; Петров, 1995)

$$\tau_{geom} = \frac{1 - \left(\frac{5}{2}V^2 + \mathbf{V}\mathbf{v}_2\right)}{c} \cdot \frac{\mathbf{b}\mathbf{s} - \frac{1}{2}\frac{(\mathbf{b}\mathbf{V})(\mathbf{V}\mathbf{s})}{c^2} + \tau_{gr,pl} + \tau_{gr}}{1 + \frac{1}{c}(\mathbf{V} + \mathbf{v}_2)\mathbf{s}} + \quad (1.1)$$

$$\frac{1}{c^2}\mathbf{V}(t_1)\mathbf{b}(t_{1g}) + \frac{1}{c^2}(g_{1,loc}h_{1,ort} - g_{2,loc}h_{2,ort})(t_1 - t_{syn}),$$

$$\tau_{gr,pl} = \sum_k \frac{2fM_k}{c^3} \ln \left| 1 + \frac{1}{|G_{2k}|} \frac{\mathbf{b}(g_{2k} - \mathbf{s})}{1 - \mathbf{g}_{2k}\mathbf{s}} \right|, \quad (1.2)$$

$$\tau_{gr} = \frac{2fM_{\oplus}}{c^3} \ln \left| \frac{1 + \sin E_1}{1 + \sin E_2} \right|. \quad (1.3)$$

Здесь \mathbf{V} - вектор барицентрической скорости геоцентра, \mathbf{v}_2 - вектор геоцентрической скорости станции # 2, \mathbf{b} - геоцентрический вектор базы, \mathbf{s} - единичный вектор, направленный из барицентра Солнечной системы к радиоисточнику, $g_{i,loc}$ - локальное ускорение силу тяжести на i -й станции, $h_{i,ort}$ - ортометрическая высота i -й станции, $k = 1$ (Солнце) и $k = 2$ (Юпитер), \mathbf{G}_{2k} - топоцентрический вектор k -го тела, исправленный за планетную абберацию, $g_{2k} = \mathbf{G}_{2k}/|\mathbf{G}_{2k}|$, E_i - высота наблюдаемого источника над горизонтом i -й станции. Барицентрические координаты векторов заданы в барицентрической системе координат Солнечной системы, а геоцентрические векторы - в геоцентрической системе координат, которая использует время ТТ (Time Terrestrial). Все векторы вычисляются на момент времени t_{1g} , который соответствует приходу волнового фронта на фазовый центр первой антенны.

1.1.2 Особенности пульсарного РСДБ

Первичная обработка РСДБ-наблюдений пульсаров имеет особенность, которая отличает ее от обработки других радиоисточников. Сигналы от пульсаров имеют импульсный характер, т. е. при первичной обработке (корреляции) только часть магнитной записи, соответствующая времени, когда имеется импульс, дает вклад в амплитуду корреляции. Та же часть данных, когда импульса нет, только ухудшает отношение сигнал/шум. Таким образом, напрашивается естественный способ обработки пульсарных РСДБ-данных, когда коррелируется только та их часть, где записан импульс, а часть записи, где импульса нет, не коррелируется. Отношение сигнал/шум при этом улучшается в $\sqrt{\frac{P}{W}}$ раз, где P - период пульсара, W - ширина импульса (Sekido *et al.*, 1992). Подробное изложение методов предрасчета периода пульсара и необходимой точности изложено в работе (Rodin, Sekido, 1998). Здесь мы вкратце повторим рассуждения из работы (Rodin, Sekido, 1998) о том, какие ограничения накладываются на временной интервал для РСДБ-наблюдений пульсаров.

В корреляционной обработке используется термин "характеристический период" T_{par} . В течение этого периода корреляционные параметры (квадратичный член частоты интерференции, скорость сдвига битов, период стробирования и т. д.) остаются постоянными. Число импульсов за этот период равно T_{par}/P , где P - период пульсара. Чтобы сохранить импульс внутри стробирующего окна за время T_{par} , сдвиг импульса в этом окне должен быть меньше, чем ширина окна W , т. е. $\Delta P T_{par}/P < W$, где ΔP - ошибка предвычисленного периода. Таким образом, можно положить предел на относительную точность предвычисления периода

$$\frac{\Delta P}{P} < \frac{W}{T_{par}}. \quad (1.4)$$

Как пример, можно рассмотреть пульсар PSR 1937+21 с периодом $P=1.5$ ms. Предположим $W \simeq 0.1P = 1.5 \cdot 10^{-4}$ с, $T_{par} \simeq 3$ с. Тогда $\Delta P/P < 5 \cdot 10^{-5}$.

Сдвиг между импульсом и стробом может возникнуть не только из-за ошибки предвычисления периода, но и из-за изменения периода ввиду ускоренного движения наблюдателя, находящегося на Земле, а также ускорения пульсара в двойной системе. При этих обстоятельствах как долго можно считать период пульсара постоянным? Изменение периода пульсара $\delta P(t)$ за время δt (доплеровское смещение) может быть вычислено как

$$\frac{\delta P(t)}{P} \sim \frac{v}{c} = \frac{\alpha t}{c}, \quad (1.5)$$

здесь α - ускорение, c - скорость света. Изменение фазы пульсара за время T_{par} должно быть меньше, чем W . Из этого можно вывести следующее условие

$$\frac{1}{P} \int_0^{T_{par}} \delta P dt = \frac{\alpha}{c} \int_0^{T_{par}} t dt < W, \quad T_{par} < \sqrt{\frac{2Wc}{\alpha}}. \quad (1.6)$$

Величина изменения периода пульсара за время T_{par} из-за ускорения

$$\frac{\Delta P}{P} \sim \frac{\alpha}{c} T_{par} \leq \sqrt{\frac{2W\alpha}{c}}. \quad (1.7)$$

Величина ускорения из-за вращения Земли, движения Земли вокруг Солнца и движения пульсара в двойной системе (предполагается орбитальный период 0.1 суток) равна $3 \cdot 10^{-2}$, $6 \cdot 10^{-3}$, и $3 \cdot 10^2$ м/с² соответственно. Таблица 1.1 показывает максимальный параметрический период и величину изменения периода при данных ускорениях α , где предполагается $W=0.15$ мс.

Во время РСДБ-сессии наблюдательное время одного скана обычно меньше чем 10^3 с. Параметрический период T_{par} корреляционной обработки обычно меньше, чем 8 с. Таким образом, можно сделать вывод, что период одиночного пульсара может рассматриваться как постоянный в течение наблюдательного скана, и параметрический период T_{par} не ограничен изменением пульсарного периода для любого пульсара.

α (м/с ²)	T_{par} (s)	$\Delta P/P$	Комментарий
$6 \cdot 10^{-3}$	3900	$3.9 \cdot 10^{-8}$	Вращение Земли
$3 \cdot 10^{-2}$	1700	$8.6 \cdot 10^{-8}$	Обращение Земли
$3 \cdot 10^2$	17	$8.6 \cdot 10^{-6}$	Движение в дв. системе

Таблица 1.1: Предельное значение параметрического периода T_{par} и относительное изменение периода $\Delta P/P$, вызванное ускорением α , вычисленные для пульсара с периодом 1.5 мс при ширине строба $0.1P$.

1.1.3 Влияние тропосферы

Как известно, нижние несколько десятков километров земной атмосферы называются тропосферой. С хорошей степенью точности тропосферу можно считать электрически нейтральной. Радиосигнал, проходя через этот слой атмосферы, приобретает задержку, искривление и ослабление относительно эквивалентного пути в вакууме. Дополнительная задержка в зените равна $\simeq 2$ м и увеличивается до $\simeq 20$ м на угле 6° выше горизонта. Таким образом, точные РСДБ-модели должны учитывать задержку в тропосфере.

Приведем выражение для тропосферной задержки τ_{tr}

$$\tau_{tr} = (\rho_{zd} + \rho_{zw})R(E), \quad (1.8)$$

где ρ_{zd} , ρ_{zw} - тропосферные задержки в зените для сухой и влажной компоненты соответственно, E - высота источника над горизонтом. В выражении (1.8) использовалась общая для ρ_{zd} , ρ_{zw} картирующая функция.

Для анализа тропосферных параметров в наших наблюдениях использовалась картирующая функция CfA (Center for Astrophysics) (Sovers, Jacobs, 1996).

$$R(E) = \frac{1}{\sin E + \frac{a}{\text{tg } E + \frac{b}{\sin E + c}}}, \quad (1.9)$$

a , b , c - некие параметры, зависящие от температуры, давления, влажности атмосферы. Точный их вид можно найти, например, в работе (Петров, 1995; Sovers, Jacobs 1996). Высота источника над горизонтом E должна вычисляться с учетом годичной абберации (суточной можно пренебречь) и сплюснутости Земли. Задержка в зените и скорость ее изменения оценивалась в наших исследованиях через 6-и часовые интервалы, которые можно считать типичными для изменения погоды.

1.1.4 Влияние ионосферы

Ионосферная задержка обычно определяется путем двухчастотных наблюдений на далеко разнесенных частотах (например в S (13 см) и X (3.5 см) диапазонах) и обычно исключается из данных перед проведением вторичной обработки. Приведем выражение для ионосферной задержки в полосе X (Петров, 1995):

$$\tau_{ion,x} = \frac{\nu_s^2}{\nu_s^2 - \nu_x^2}(\tau_s - \tau_x), \quad (1.10)$$

где ν_s , ν_x - частота полосы S и X, τ_s , τ_x - групповые задержки, измеренные в полосах S и X.

В случае, если двухчастотные наблюдения не проводятся, можно улучшить модель для групповой задержки, моделируя ионосферу и измеряя полное содержание электронов (total electron content) в направлении на зенит в единичной площадке. Задержка в зените затем пересчитывается по известной картирующей функции на нужную высоту.

Ионосферная задержка может быть записана в виде, похожем на тропосферную задержку, как (Bartel, 1990)

$$\tau_{ion} = \frac{kc r_0}{2\pi} \frac{1}{\nu^2} I_1(t) f(E_1), \quad (1.11)$$

где $k = -1$ для фазовой задержки и $k = 1$ для групповой задержки, r_0 - классический радиус электрона, c - скорость света в вакууме, ν - наблюдательная частота, $I_1(t)$ - полное содержание электронов в сечении единичной площади в направлении на зенит на станции 1, $f(E_1)$ - картирующая функция. Функция $I_1(t)$ - испытывает значительные вариации в течении суток, а также с изменением солнечной активности.

Картирующая функция для ионосферной задержки может быть вычислена путем моделирования геометрии ионосферы как сферы с внутренним радиусом $r + h_i$ и внешним радиусом $r + h_o$, r - радиус Земли:

$$f(E) = \frac{1}{h_o - h_i} \left[(r^2 \sin^2 E + 2rh_o + h_o^2)^{1/2} - (r^2 \sin^2 E + 2rh_i + h_i^2)^{1/2} \right]. \quad (1.12)$$

Для интерферометра со станциями 1 и 2 ионосферная задержка будет:

$$\tau_{ion} = \frac{kc r_0}{2\pi} \frac{1}{\nu^2} [I_2(t) f(E_2) - I_1(t) f(E_1)]. \quad (1.13)$$

1.1.5 Каталоги опорных радиостанций

Каталоги компактных радиостанций, наблюдаемых с помощью РСДБ-техники стали активно создаваться в 70-х годах. Сейчас имеется несколько сотен радиостанций, каждый из которых наблюдался в общей сложности несколько тысяч раз, и поэтому точность

определения их координат достигает уровня десятков и сотен угловых микросекунд. Каталог радиоисточников, опубликованный в годовом отчете IERS 1994 года, обеспечивает доступ к международной опорной системе координат (ICRS). Он включает сейчас 608 объектов. В будущем на основании новых наблюдений предполагается проводить мониторинг стабильности координат радиоисточников с предупреждениями, если координаты изменяются со временем. В качестве опорных объектов для пульсарных РСДБ-наблюдений выбирались источники именно из каталога IERS. К сожалению, нескольких сотен источников все еще не достаточно для того, чтобы было легко выбрать ближайший радиоисточник к любому наперед заданному пульсару. Поэтому проблема выбора таких объектов остается достаточно серьезной. При наблюдениях дополнительно использовался каталог обсерватории Green Bank на 1400 МГц, так как каталог IERS не содержит информации о потоках радиоисточников.

1.2 Аппаратура регистрации РСДБ

Система регистрации РСДБ-наблюдений К-4 была разработана в Японии (Kiuchi, 1991) и состоит из следующих частей:

1. Синтезатор частот,
2. Видеоконвертер,
3. Входной интерфейс,
4. Выходной интерфейс,
5. Видеомагнитофон.

Синтезатор частоты формирует сигнал заданной частоты для видеоконвертера.

Видеоконвертер преобразует окно в ПЧ сигнальном входе (100-500 МГц) в видеосигнал (0-2 МГц).

Входной интерфейс используется для сбора данных и их записи на РСДБ-пункте. Он делает 1-битовую оцифровку 2 МГц (4 МГц) видеосигнала и вместе с сигналом времени 4 МГц (8 МГц), который получается от внешнего стандарта частоты, выдает поток данных со скоростью 64 (128) Мбит/с.

Выходной интерфейс используется для корреляционной обработки. Он преобразует сигнал с видеомагнитофона в формат, необходимый для коррелятора. Формат выходного интерфейса совместим с форматом Mark-III.

В качестве видеомэгнитофона используется промышленный трансляционный мэгнитофон Sony DIR-1000, в котором используются коммерческие видеокассеты типа D-1.

1.3 Наблюдения и анализ данных

Наблюдения, о которых идет речь в данной главе, были проведены в 1995, 1996 и 1998 годах. Данные 1997 не включены в данную диссертацию, т. к. пульсар PSR 0329+54 в этот год не наблюдался достаточное для полноценного анализа количество раз. Использовались радиотелескопы РТ-64 в г. Калязин Тверской области и РТ-34 в Кашиме, префектура Ибараки, Япония. Наблюдения PSR B0329+54 чередовались с наблюдениями опорных радиосточников. Таблица 1.3 показывает, какие источники использовались в сессиях 1995, 1996 и 1998 гг. Одно наблюдение пульсара (скан) имело продолжительность 900 с в 1995 г. и 300 с в 1996 и 1998 гг., а наблюдения опорных источников были длительностью 300 с в 1995 г. и 240 с в 1996 и 1998 гг. В эксперименте 1995 года полоса наблюдений была 1392-1432 МГц. Использовались 8 каналов по 2 МГц каждый верхней полосы частот (USB) с разносом 5 МГц. В эксперименте 1996 года расположение каналов по частотам не было равноотстоящим и не подчинялось какой-либо зависимости, а диктовалось минимизацией внешних помех на радиотелескопе в Кашиме. Помеховая обстановка на радиотелескопе в Калязине была относительно благоприятной. Наблюдения проводились на частотах 1392-1436 МГц в 15 каналах по 2 МГц каждый. В мае 1998 г. проведены наблюдения в диапазоне S (2.2 ГГц) в полосе 2200 - 2287 МГц в 15 каналах по 2 МГц каждый. Использовалась японская система регистрации К4. Наблюдательный цикл был организован следующим образом: пульсар - квазар 1 - пульсар - квазар 2.

Для первичной обработки данных использовался коррелятор КЗ Кашимского Центра Космических исследований. Этот коррелятор имеет функцию стробирования, которая при обработке не использовалась, и которая могла бы улучшить отношение сигнал/шум для пульсара в 2-3 раза. К прокоррелированным данным добавлялись данные о погоде во время сеанса наблюдений (температура, давление, влажность), а также величины частных производных групповой задержки и частоты интерференции по интересующим параметрам на момент каждого наблюдательного скана. Все это записывалось в формате DBH (Database handler), предназначенном для обработки программой CALC/SOLVE.

Для каждого скана контролировалось отношение сигнал/шум. Сканы с плохим отношением сигнал/шум исключались из последующей обработки, т. к. заметно искажали конечный результат. Среднее значение сигнал/шум при данном значении времени инте-

Имя МАС	С/Ш	Время накопления, с
	14 марта 1995 г.	
PSR 0329+54	63.2	394
0300+470	27.3	396
0316+413	459.0	276
0331+545	9.1	270
	12 мая 1996 г.	
PSR 0329+54	8.6	270
0300+470	38.4	210
0316+413	263.1	153
0333+321	69.0	210
0429+415	311.7	210
	25 мая 1998 г.	
PSR 0329+54	7.7	270
0300+470	110.7	210
0316+413	188.5	153

Таблица 1.2: Отношение сигнал/шум при наблюдениях пульсара PSR 0329+54 вместе с опорными источниками.

гирования для пульсара PSR B0329+54 и опорных радиоисточников приведены в таблице 1.2.

Среди подгоняемых параметров были: сдвиг и взаимный ход шкал времени на пунктах наблюдений, тропосферная задержка в зените на обоих пунктах, координаты антенны в Калязине, координаты пульсара PSR B0329+54. Т.к. наблюдения проводились на одной частоте, то никаких оценок параметров ионосферы не проводилось. Также не использовались никаких моделей ионосферы, которые могли бы предсказать вызванную ею задержку во время каждого скана наблюдений. Также по причине одночастотности и, следовательно, ограниченной точности наблюдений не проводилась оценка координат мгновенного полюса вращения Земли, поправок к всемирному времени UT1 и величин нутации. Эти величины брались в готовом виде из бюллетеней IERS (International Earth Rotation Service). Чтобы учесть влияние ионосферы на групповую задержку весь сеанс наблюдений разбивался на несколько подинтервалов, в каждом из которых проводилась независимая оценка параметров часов. На коротком интервале времени поведение ионосферной задержки можно

описать линейной функцией времени и, таким образом, она может быть включена в параметры часов на этом интервале. Таким путем вклад ионосферы переопределял параметры часов. Следует напомнить, что параметры часов и тропосферная задержка в зените определяются на самом первом этапе проведения вторичной обработки РСДБ-наблюдений. После этого добавляются и другие параметры.

В сеансах наблюдений в марте 1995, мае 1996 и мае 1998 гг. пульсар PSR B0329+54 наблюдался вместе с другими радиоисточниками. Они были выбраны из каталога ICRF (IERS Celestial Reference Frame), который имеет очень хорошую на сегодняшний день точность определения координат. В самом каталоге ICRF радиоисточники подразделяются на три класса точности. Для наших наблюдений выбирались источники первого и второго класса точности. Их координаты не подгонялись, а считались заданными. Таким образом, вся последующая подгонка параметров сводилась к тому, чтобы свести остаточные отклонения от этих радиоисточников к минимуму. Т. е., другими словами, можно сказать, что параметры радиointерферометра Калязин-Кашима подгонялись к квазарной системе координат, определяемой каталогом ICRF. На последнем этапе в число подгоняемых параметров включались координаты пульсара PSR B0329+54. Опорные источники и их параметры приведены в таблице 1.3.

Для контроля корректности процедуры оценивания координат пульсара проводилось определение координат одного из опорных источников - квазара 0300+470, координаты которого считаются известными очень точно. Далее в таблице 1.4 приведены полученные координаты, их поправки и ошибки для 0300+470.

Поправка координат 0300+470 может расцениваться как суммарное воздействие неучтенных флуктуаций ионосферы и методической ошибки при обработке наблюдений. Поэтому необходимо включать поправку координат 0300+470 в ошибку координат пульсара.

Подгонка координат антенн производилась только для станции Калязин, т.к. координаты антенны в Кашиме уже определены с высокой точностью раньше во время многочисленных геодезических экспериментов. Перед экспериментом 1995 года координаты радиотелескопа в Калязине были определены с помощью GPS-техники в геодезической системе WGS-84 специалистами Института метрологии времени и пространства. Была гарантирована точность 0.5 м, которой было достаточно для начала астрометрических экспериментов. Подгонка координат радиотелескопа РТ-64 показала в эксперименте 12 мая 1996 г., что поправки координат по осям X, Y и Z сравнимы или даже меньше, чем среднеквадратичная ошибка соответствующих поправок. Исключение координат станции Калязин из числа подгоняемых параметров не приводило к какому-либо существенному

Имя МАС	Альт.имя	Прямое восх. <i>h m s</i>	Склонение ° ' "	Угл.расст. °	Поток Ян
		14 марта 1995 г.			
0300+470	3C84	03 03 35.24216	+47 16 16.2732	8.64	1.80
0316+413		03 19 48.16012	+41 30 42.1028	13.25	14.50
0331+545		03 34 55.1256	+54 37 24.6080	0.28	0.508
		12 мая 1996 г.			
0300+470	3C84	03 03 35.24199	+47 16 16.2696	8.64	1.80
0316+413		03 19 48.16012	+41 30 42.1028	13.25	14.50
0333+321	NRAO140	03 36 30.10738	+32 18 29.3367	22.28	3.14
0429+415	3C119	04 32 36.503	+41 38 28.43	16.25	8.60
		25 мая 1998 г.			
0300+470	3C84	03 03 35.24199	+47 16 16.2696	8.64	1.80
0316+413		03 19 48.16012	+41 30 42.1028	13.25	14.50

Таблица 1.3: Опорные источники, используемые для наблюдений пульсара PSR B0329+54.

Дата	Координаты (J2000.0)	Поправка коорд.	Ошибка коорд.
14 марта 1995 г.	03 ^h 03 ^m 35 ^s .2409	-0 ^s .0013	0 ^s .0014
	47° 16' 16".315	0".040	0".019
12 мая 1996 г.	03 ^h 03 ^m 35 ^s .24225	0 ^s .00031	0 ^s .00120
	47° 16' 16".287263	0".012	0".015
25 мая 1998 г.	03 ^h 03 ^m 35 ^s .24261	0 ^s .00038	0 ^s .00018
	47° 16' 16".2830	0".0075	0".0026

Таблица 1.4: Координаты радиоисточника 0300+470, полученные из РСДБ-наблюдений

изменению величины остаточных уклонений групповой задержки. Таким образом можно сделать вывод, что поправки координат РТ-64 являлись не значимыми и могут не приниматься во внимание без ущерба для конечного результата. По-видимому, реально улучшить координаты РТ-64 в Калязине станет возможным только путем стандартных двухчастотных наблюдений, которые обычно используются в геодезии. Ниже приведены поправки координат и их среднеквадратичные ошибки по данным эксперимента 12 мая 1996 г.:

$$\begin{aligned}\Delta X &= -0.70\text{м}, & \sigma_{\Delta X} &= 0.47\text{м}, \\ \Delta Y &= 0.15\text{м}, & \sigma_{\Delta Y} &= 0.73\text{м}, \\ \Delta Z &= 1.05\text{м}, & \sigma_{\Delta Z} &= 1.00\text{м},\end{aligned}$$

и по данным эксперимента 25 мая 1998 г.:

$$\begin{aligned}\Delta X &= 0.14\text{м}, & \sigma_{\Delta X} &= 0.20\text{м}, \\ \Delta Y &= -0.62\text{м}, & \sigma_{\Delta Y} &= 0.19\text{м}, \\ \Delta Z &= -2.96\text{м}, & \sigma_{\Delta Z} &= 0.32\text{м},\end{aligned}$$

1.4 РСДБ-координаты PSR 0329+54 и их сравнение с координатами, полученными методом хронометрирования

Измеренные РСДБ-координаты В0329+54 приведены в таблице 1.5. Среднеквадратичная ошибка временной задержки 1.24, 0.980 и 0.520 нс, частоты интерференции $0.177 \cdot 10^{-12}$, $1.814 \cdot 10^{-12}$ и $0.604 \cdot 10^{-12}$ с/с в сессиях 1995, 1996 и 1998 года соответственно. Наиболее вероятно, что данные остаточные уклонения вызваны ионосферными флуктуациями, которые невозможно было исключить из наших наблюдений, а также ограниченным отношением сигнал/шум. Остаточные уклонения групповой задержки приведены на рис. 1.1, 1.2, 1.3.

На рис. 1.4 показаны астрометрические положения пульсара В0329+54 по наблюдениям разных авторов, приведенные на эпоху 1996.36. Все наблюдения обозначены разными символами:

- 1 - РСДБ, Калязин-Кашима, 1995 г.

Эпоха	Прямое восхождение (J2000)	Склонение (J2000)	Комментарий
1995.20	$3^h 32^m 59^s.3738 \pm 0^s.0020$	$54^\circ 34' 43''.487 \pm 0''.022$	14 марта 1995 г.
1996.36	$3^h 32^m 59^s.3812 \pm 0^s.0006$	$54^\circ 34' 43''.501 \pm 0''.006$	12 мая 1996 г.
1998.39	$3^h 32^m 59^s.3825 \pm 0^s.0002$	$54^\circ 34' 43''.474 \pm 0''.003$	25 мая 1998 г.
1981.21	$3^h 32^m 59^s.3484 \pm 0^s.0005$	$54^\circ 34' 43''.663 \pm 0''.005$	N.Bartel, 1985

Таблица 1.5: Координаты пульсара PSR B0329+54, полученные из РСДБ-наблюдений. Для сравнения добавлены координаты, взятые из работы (Bartel, 1985). Указана только формальная ошибка координат, полученная при обработке методом наименьших квадратов, без учета флуктуаций ионосферы и методической ошибки.

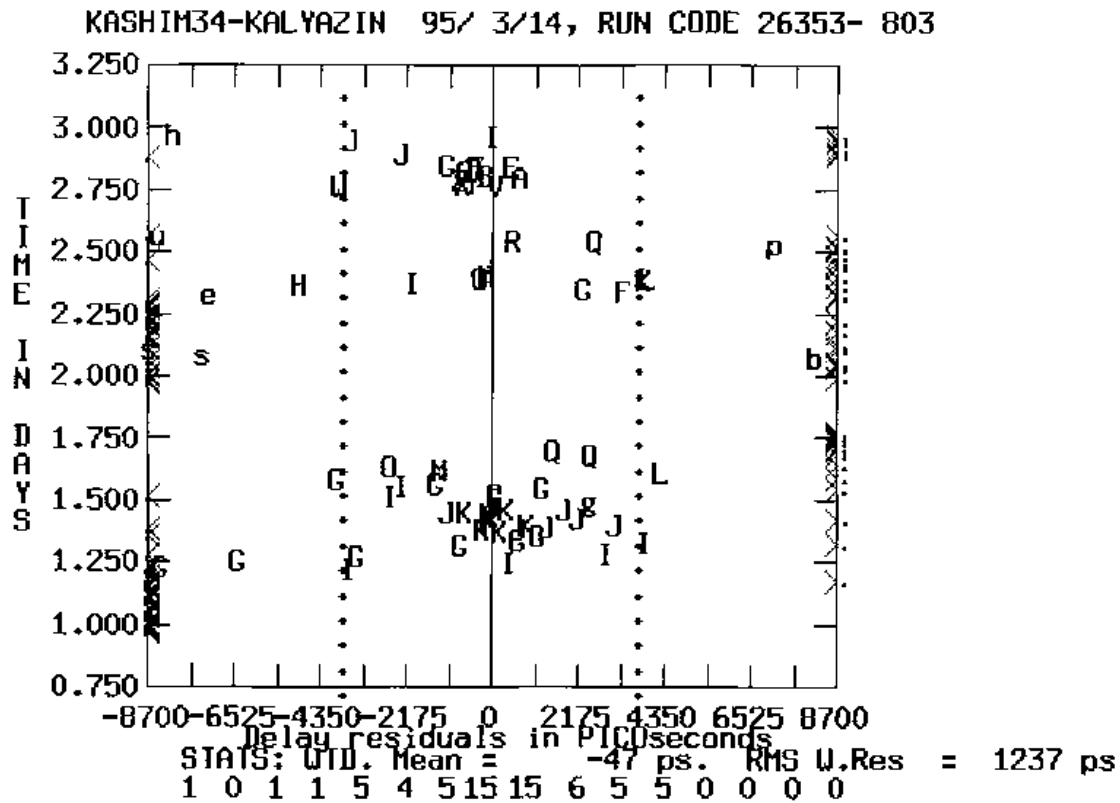


Рис. 1.1: Остаточные уклонения групповой задержки при наблюдениях пульсара PSR 0329+54 с опорными источниками, сделанные в марте 1995 года. По горизонтальной оси - остаточные уклонения в пикосекундах времени, по вертикальной оси - время в днях. Разными буквами отмечены разные источники.

KALYAZIN-KASHIM34 96/ 5/12, RUN CODE 26353- 447

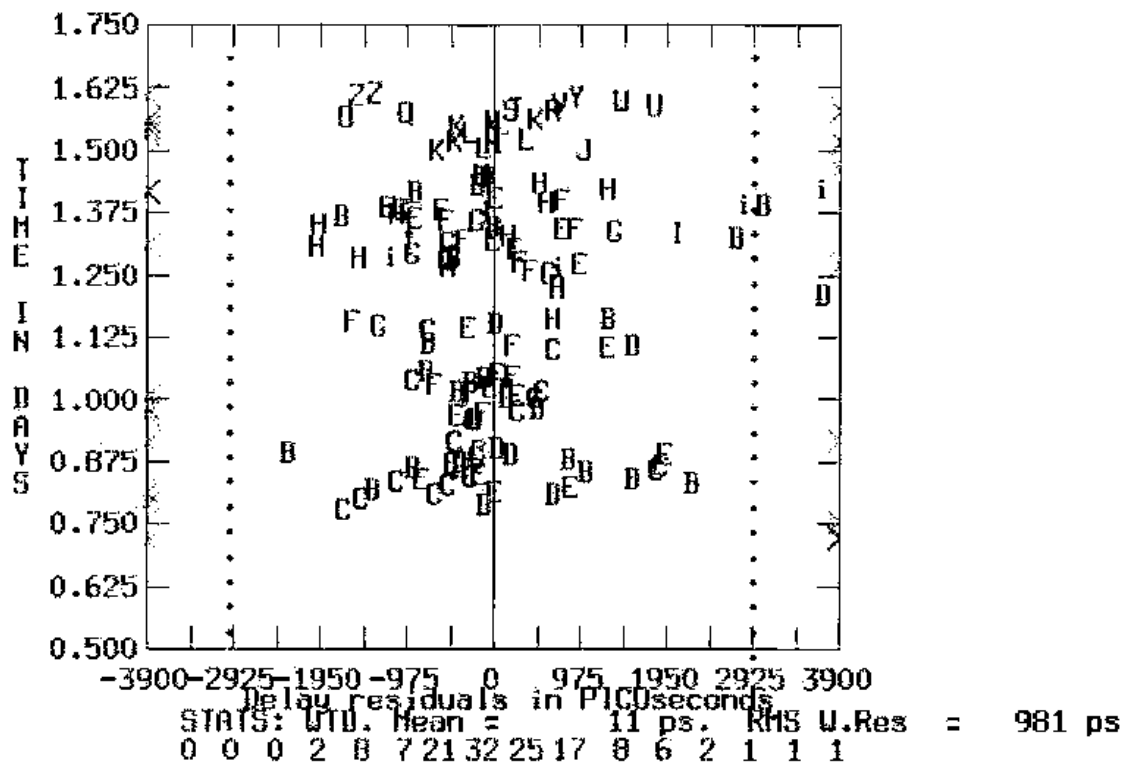


Рис. 1.2: Остаточные отклонения групповой задержки при наблюдениях пульсара PSR 0329+54 с опорными источниками, сделанные в мае 1996 года.

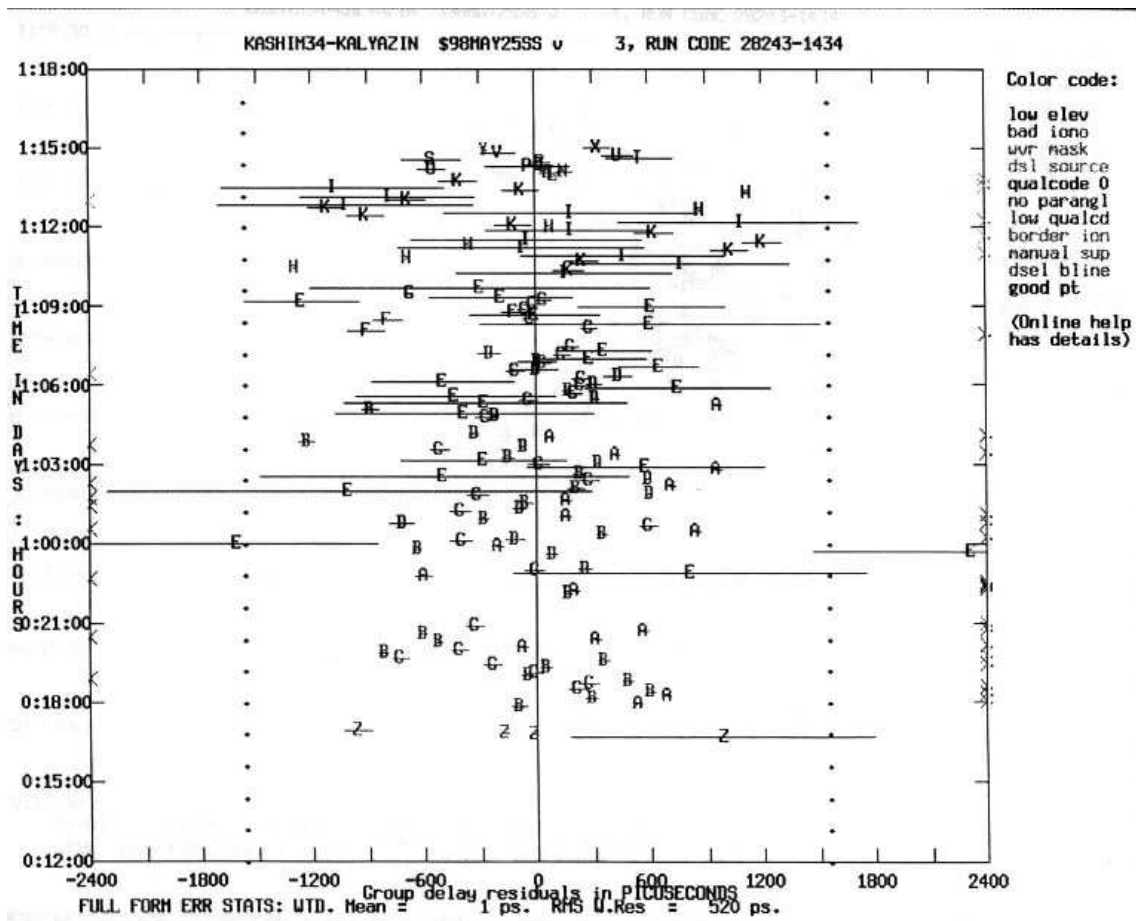


Рис. 1.3: Остаточные уклонения групповой задержки при наблюдениях пульсара PSR 0329+54 с опорными источниками, сделанные в мае 1998 года.

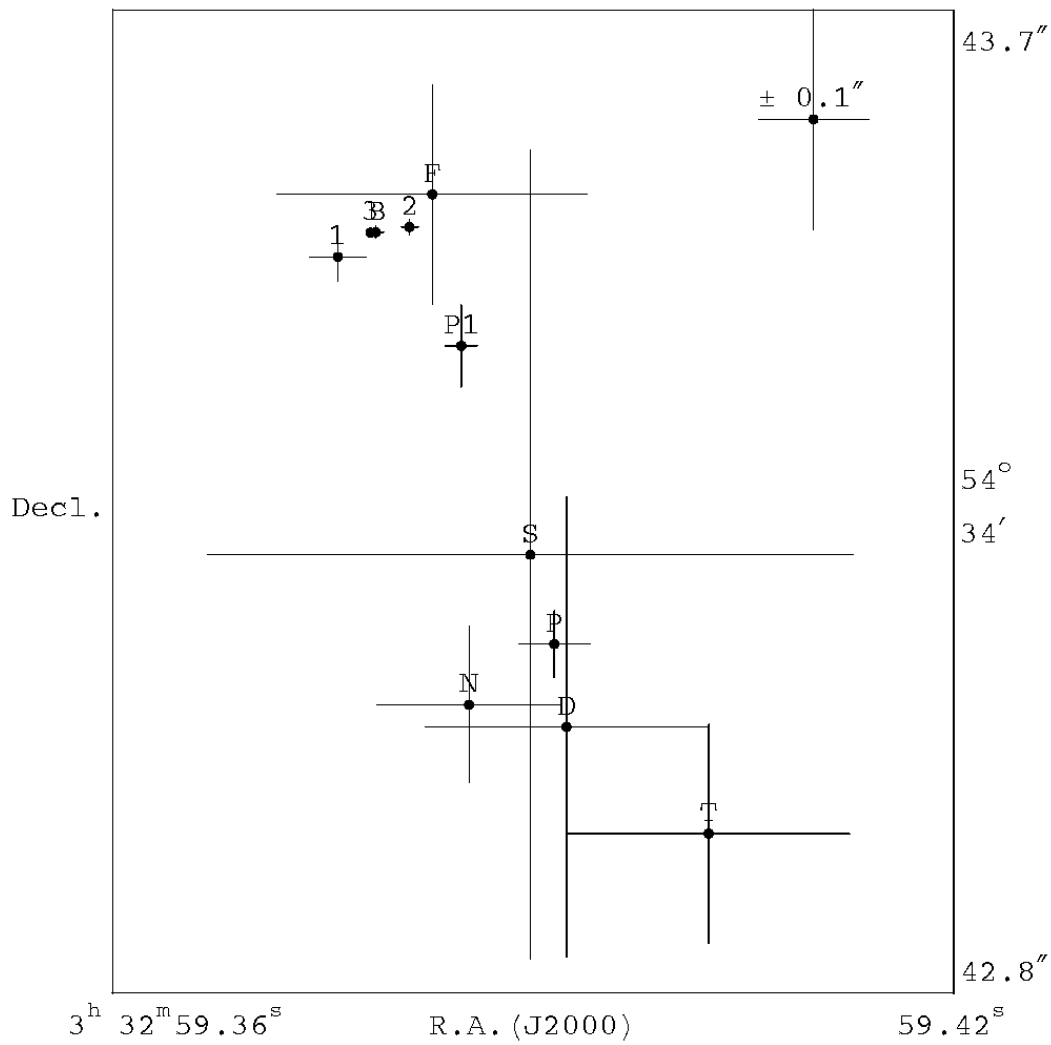


Рис. 1.4: Астрометрические положения PSR B0329+54 по наблюдениям разных авторов, приведённые на эпоху 1996.36. В правом верхнем углу для масштаба приведена ошибка $\pm 0.1''$. Обозначения смотри в тексте.

- 2 - РСДБ, Калязин-Кашима, 1996 г.
- 3 - РСДБ, Калязин-Кашима, 1998 г.
- В - РСДБ, Бартель и др., 1983 г.
- F - VLA, Фомалонт и др., 1983 г.
- D - МПИ, Ричли, Даунс, 1983 г.
- S - Бакер, Шрадек, 35 км интерферометр, 1981 г.
- T - Тейлор, каталог
- N - МПИ, TIMAPR, "без планеты"
- P - МПИ, TIMAPR, "с 1 планетой"
- P1 - МПИ, Родин, настоящая работа.

Отметим, что на рис. 1.4 показаны как РСДБ-измерения, так и измерения, полученные методом хронометрирования. Видно, что имеется значительный разброс в координатах пульсара. Также можно отметить, что выделяются две отдельные группы положений: РСДБ- и VLA-измерения располагаются в одном месте, а хронометрирование - в другом (различие $\approx 0''.45$). Это расхождение согласуется с наблюдениями, выполненными на VLA (Fomalont et al., 1984). Там расхождение координат наблюдалось и для других пульсаров. С другой стороны, не было обнаружено значительных расхождений между МПИ - и VLA - координатами для пульсаров B1913+16 и B1937+21, кроме как на уровне точности, получаемой на VLA ($0''.2$, $0''.05$ соответственно) (Backer et al., 1985). Различие средне-взвешенной РСДБ-позиции, полученной в работах (Bartel et al., 1996, Dewey, et al., 1996) и позиции, основанной на эфемеридах DE200 и исправленной за прецессионное вращение DE200 (Folkner et al., 1994), еще меньше - 5.4 миллисекунды дуги. Все это может говорить в пользу того, что различие систем координат, которое обычно упоминается в первую очередь, не может полностью объяснить значительного расхождения в $0''.45$ между МПИ - и РСДБ - координатами, наблюдаемого у пульсара B0329+54.

Положения, обозначенные N и P получены обработкой с помощью программы TIMAPR (Дорошенко, Копейкин, 1990) наблюдений, проводимых в Лаборатории Реактивного Движения (JPL, США). Этот пульсар имеет значительный шум в остаточных отклонениях моментов приходов импульсов, что позволило некоторым исследователям заподозрить наличие планеты вокруг данного пульсара, возможно не одной (Шабанова, 1995). Положение,

[T E C] File: 98-04-07.DAT
 Date: 1998/04/02 - 4/07
 ($\times 10^{15}$)

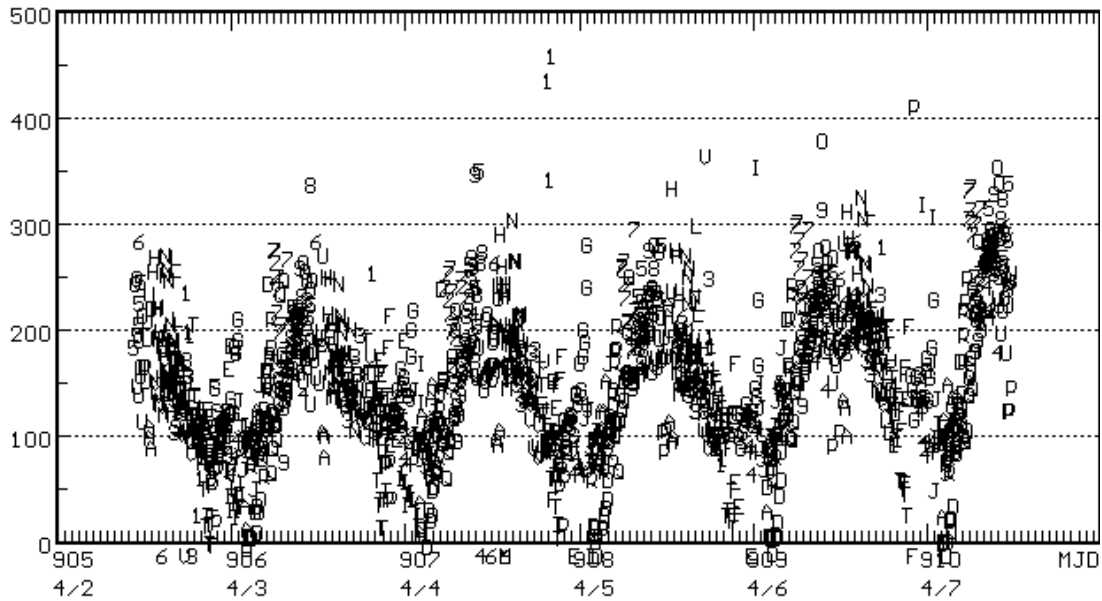


Рис. 1.5: График полного содержания электронов в ионосфере Земли в направлении на зенит. Измерения сделаны со 2 по 7 апреля 1998 г. на радиотелескопе РТ-22 в г.Пушино.

обозначенное "N", соответствует обработке без планет. Положение "P" соответствует обработке, которая включала наличие одной планеты у PSR B0329+54.

Среди других причин, которые могли бы привести к такому значительному расхождению пульсарных положений, наблюдаемых разными методами, стоит упомянуть флуктуационное воздействие ионосферы на временную задержку. В качестве примера можно привести график полного содержания электронов в ионосфере 2-7 апреля 1998 г. в Пушино.

На рисунке 1.5 показан график содержания электронов в столбе сечением 1 м^2 в направлении на зенит. Хорошо видна суточная периодичность содержания электронов. Неверные входные координаты радиоисточников приводят к модуляции остаточных уклонений групповой задержки также с суточным периодом и, таким образом, сильно коррелируют с поведением ионосферной задержки. Величине $I(t) = 2 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-2}$ соответствует задержка на частоте 1.4 ГГц 13.7 нс, а на частоте 2.2 ГГц - 5.6 нс. Сразу отметим, что добавление к временной задержке синусоиды с периодом в сутки и амплитудой 1 нс приведет к сдвигу координат радиоисточника на величину порядка $0.01''$ на базе длиной 7000 км. Из рисунка 1.5 видно, что наряду с ярко выраженной суточной составляющей имеются значительные случайные флуктуации, которые имеют размах примерно $\pm 30\%$ от величины периодической компоненты. Из этого можно заключить, что точность измерения геометрической

задержки ограничена примерно 4 нс в диапазоне 1.4 ГГц и 2 нс в диапазоне 2.2 ГГц.

Еще одна причина ограниченной точности состоит в недостаточном отношении сигнал/шум, что, как правило, имеет место для всех пульсаров. Неопределенность временной задержки оценивается по формуле (Губанов и др., 1983) $\sigma_\tau = \frac{1}{(2\pi B \frac{c}{\text{ш}})}$, где B - эффективная полоса приема, $c/\text{ш}$ - отношение сигнал/шум. При $B = 40$ МГц и $c/\text{ш} = 5$ ошибка геометрической задержки $\sigma_\tau \approx 0.8$ нс.

На основе РСДБ-наблюдений, выполненных в 1996 - 1998 годах на базе Калязин - Кашима можно определить собственное движение пульсара PSR 0329+54. Величины собственного движения получаются следующими

$$\mu_\alpha = 15 \pm 4 \text{ mas/год}$$

$$\mu_\delta = -8 \pm 6 \text{ mas/год}$$

. Если дополнительно использовать координаты PSR 0329+54, взятые из работы (Bartel *et al.*, 1985), то точность оценок собственного движения существенно возрастает:

$$\mu_\alpha = 17.4 \pm 0.6 \text{ mas yr}^{-1}$$

$$\mu_\delta = -11.0 \pm 0.2 \text{ mas yr}^{-1}$$

. Координаты пульсара PSR 0329+54, определённые из российско - японских наблюдений и наблюдений (Bartel *et al.*, 1985) и сведённые на эпоху 1998.0, получаются следующими:

$$\alpha = 3^h 32^m 59^s.38211 \pm 0^s.00088$$

$$\delta = 54^\circ 34' 43''.4785 \pm 0''.0029$$

1.5 Ещё об одной возможной причине расхождения координат

Необходимо отметить еще одну возможную причину расхождений координат пульсаров, которую обычно не анализируют и которая заслуживает вынесения в отдельный раздел – это шумовой характер моментов приходов импульсов (МПИ) от пульсара (Rodin *et al.*, 1999a). Эта возможная причина воздействует уже не на РСДБ-координаты пульсара, а на его МПИ-координаты. В зависимости от характера шума, присутствующего в МПИ,

оценки параметров пульсара, в том числе и оценки координат, определяемые методом наименьших квадратов, оказываются либо смещенными, либо несмещенными (Дрейпер, Смит, 1973; Костылев и др., 1991; Губанов, 1997). Если шум в МПИ чисто белый, то оценки параметров получаются несмещенными, если же шум коррелированный, имеющий спектр мощности вида $S(f) = 1/f^s$, где s - целое положительное число, то оценки параметров получаются смещенными. Это может быть объяснено следующим образом: коррелированный шум по своему определению изменяется не столь беспорядочным и быстрым способом как белый шум и, в принципе, может быть представлен в виде конечного ряда Фурье, либо линейной комбинацией ортогональных многочленов. Таким образом, для того чтобы описать шум в явном виде необходимо ввести в математическую модель дополнительные параметры. Если же это не делается (предполагая, что шум чисто белый), то имеем неполную модель данных, неадекватно описывающую наблюдения и приводящую к получению смещенных оценок.

Для того, чтобы проиллюстрировать вышесказанное приведем на рис. 1.6 графики остаточных уклонений МПИ пульсара PSR B0329+54, полученные при помощи обработки МПИ программой TIMAPR (Дорошенко, Копейкин, 1990). МПИ взяты из наблюдений, проводимых в Лаборатории Реактивного Движения (США) (Downs, Reichly, 1983). График 1) соответствует случаю, когда во вращательную фазу пульсара вписывался квадратичный полином, 2) вписывался полином 2-й степени и включались в подгонку орбитальные параметры одной планеты, 3) подгонка квадратичным полиномом при фиксированных координатах, взятых из РСДБ-наблюдений, 4) проведен спектральный анализ остаточных уклонений графика 1 и вычтены синусоиды с найденными периодами и синусоида с годовым периодом.

Приведем параметры годовой синусоиды $a \cos \omega t + b \sin \omega t$, $\omega = 2\pi \text{ лет}^{-1}$, найденной из остаточных уклонений графика 1 рисунка 1.6.

	Оценка мс	Стандартное отклонение мс	Доверительный интервал 95 %, мс
a	0.379	0.047	0.314 ÷ 0.443
b	0.057	0.045	-0.008 ÷ 0.121

Поправки координат легко могут быть найдены, если перейти в эклиптическую систему координат. Запишем скалярное произведение единичного вектора \mathbf{k} , направленного на пульсар, и радиус-вектора Земли \mathbf{r} . Будем измерять \mathbf{r} в световых секундах

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \tau_A (\sin \beta_1 \sin \beta_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)), \quad (1.14)$$

где $\lambda_{1,2}$ $\beta_{1,2}$ - эклиптическая долгота и широта пульсара (индекс 1) и Земли (индекс 2) соответственно, $\tau_A = 499.004784$ с - время, за которое свет проходит расстояние в 1 астрономическую единицу.

Примем с достаточной для наших целей точностью, что Земля движется по круговой орбите. Тогда эклиптическая широта Земли $\beta_2 \approx 0$ и уравнение (1.14) преобразуется к виду

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \tau_A \cos \beta_1 \cos(\lambda_2 - \lambda_1). \quad (1.15)$$

Возьмём вариации δ уравнения (1.15)

$$\delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \tau_A (-\delta \beta_1 \sin \beta_1 \cos(\lambda_2 - \lambda_1) - \delta \lambda_1 \cos \beta_1 \sin(\lambda_2 - \lambda_1)). \quad (1.16)$$

Отсюда можно вывести поправки эклиптических координат пульсара через параметры a и b годичной синусоиды (заменяя вариации δ конечными разностями Δ)

$$\Delta \beta_1 = \frac{a}{\tau_A \sin \beta_1}, \quad \Delta \lambda_1 = \frac{b}{\tau_A \cos \beta_1}. \quad (1.17)$$

После подстановки значений a и b в уравнения (1.17) получаем

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_1 &= 0''.0285 \pm 0''.024, & \Delta \beta_1 &= 0''.278 \pm 0''.033, \\ \Delta \alpha &= -0.0066 \pm 0.0011c, & \Delta \delta &= 0''.273 \pm 0''.037, \end{aligned} \quad (1.18)$$

На рисунке 1.7 приведены спектры мощности остаточных уклонений 1 и 4 рисунка 1.6. Спектр мощности считался в виде суммы квадратов коэффициентов преобразования Фурье временного ряда, взятых как функция частоты и сглаженных по частоте окном Чебышева. Усредненное значение периодограммы может рассматриваться как оценка спектра мощности временного ряда (Бендат, Пирсол, 1974). Преобразование Фурье функции $f(t)$, определенной в дискретные моменты времени t_r , $r = 1, 2, \dots, n$, бралось в виде:

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{l=1}^n f(t_l) \exp\left\{\frac{2\pi i(l-1)(k-1)}{n}\right\}. \quad (1.19)$$

Периодограмма вычислялась по формуле

$$P(k) = \Delta t \left[(\Re F(k))^2 + (\Im F(k))^2 \right]. \quad (1.20)$$

Здесь \Re и \Im обозначают вещественную и мнимую части, а Δt - интервал дискретизации. Вычисление спектра мощности производилась с помощью свёртки периодограммы $P(k)$ с окном Чебышева (Марпл-мл., 1990), которое характеризуется тем, что имеет постоянный уровень боковых лепестков, задаваемый вручную.

$$S(f_k) = \frac{1}{2m+1} \sum_{i=-m}^m P(k+i). \quad (1.21)$$

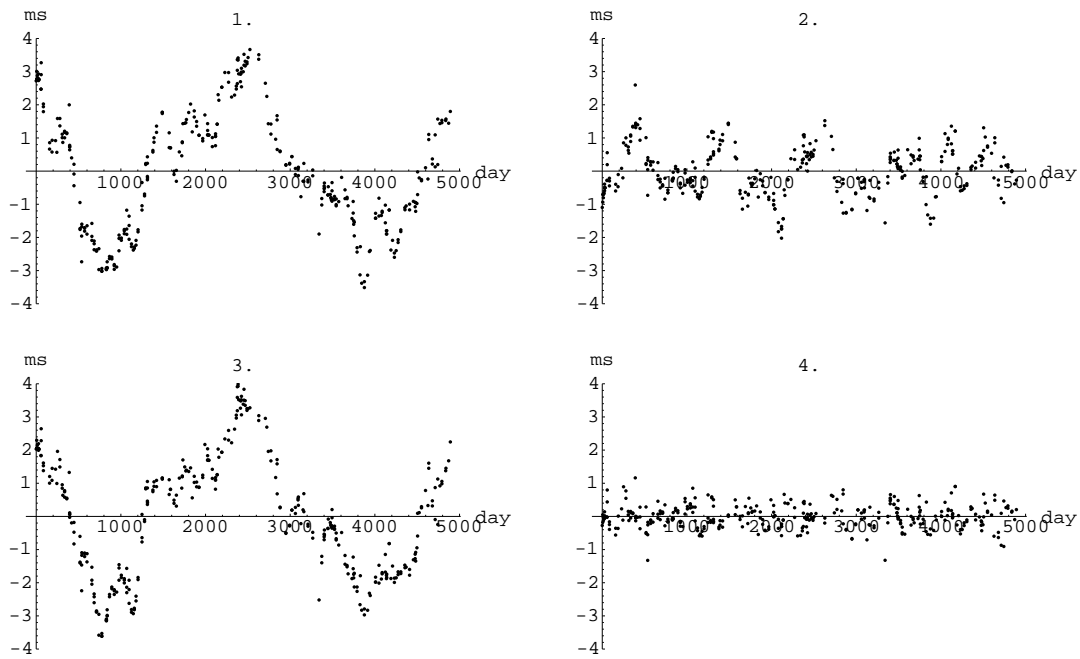


Рис. 1.6: Остаточные уклонения пульсара PSR B0329+54, возникающие после: 1) подгонки полиномом времени 2-й степени; 2) подгонки полиномом времени 2-й степени и периодической функцией, возникающей из-за возможного движения одной планеты вокруг пульсара; 3) подгонки полиномом времени 2-й степени с использованием фиксированных РСДБ-координат пульсара; 4. подгонки 1-го графика с помощью фурье-компонент, включая компоненту с периодом 1 год.

Перед тем, как произвести преобразование Фурье, ряды остаточных уклонений были приведены к равномерным, с шагом между отсчетами 10 дней. Равномерные ряды получались путем сплайн-аппроксимации исходных рядов и взятия затем отсчетов в нужных узлах. Данная операция искажает высокочастотную часть временного ряда (на частотах $\sim \Delta t^{-1}$), а низкочастотную часть спектра, которая нас и интересует, оставляет без изменений. Попутно отметим один практический вычислительный момент: для сравнения равномерные ряды строились также путем простой линейной интерполяции между отсчетами. Как показало сравнение двух периодограмм, они практически не отличаются друг от друга, т.к. их различие, как уже упоминалось выше, затрагивает лишь высокочастотную составляющую.

Однако же, приведенные оценки спектральной плотности не могут рассматриваться как несмещенные. Согласно результатам работы (Deshpande *et al.*, 1996) для оценки спектров мощности неравномерных временных рядов (а именно такие ряды рассматриваются в астрономии) необходимо использовать алгоритм "CLEAN" (Roberts *et al.*, 1987). Это приводит к существенному улучшению динамического диапазона спектра и, как следствие, изменению величины спектрального индекса. Тем не менее, даже такой простой спектральный анализ как обычная периодограмма позволяет сделать вывод, что остаточные уклонения имеют спектр мощности, присущий именно красным шумам.

Так как спектр мощности остаточных уклонений PSR B0329+54 даже после вычитания основных периодичностей не приводится к спектру белого шума, то можно сделать вывод, что полученные оценки коэффициентов Фурье ряда 1 на рисунке 1.6 все еще смещены относительно реальных значений. А это значит, что поправка координат PSR B0329+54, полученная на основании параметров годичной синусоиды, хоть и сместила положение пульсара PSR B0329+54 ближе к РСДБ-координатам (что уже неплохо), не может рассматриваться как окончательная.

1.6 Выводы к главе 1

Пульсарная радиоинтерферометрия позволяет решить ряд важных задач в области фундаментальной астрометрии. В первую очередь это касается привязки на небе систем отсчета: квазарной и динамической. Пульсары как объекты, наблюдаемые двумя независимыми методами (РСДБ и хронометрированием), которые имеют координаты, определённые в разных системах отсчета, обладают несомненным преимуществом перед другими астрономическими объектами, такими, например, как радиозвезды, планеты или астероиды.

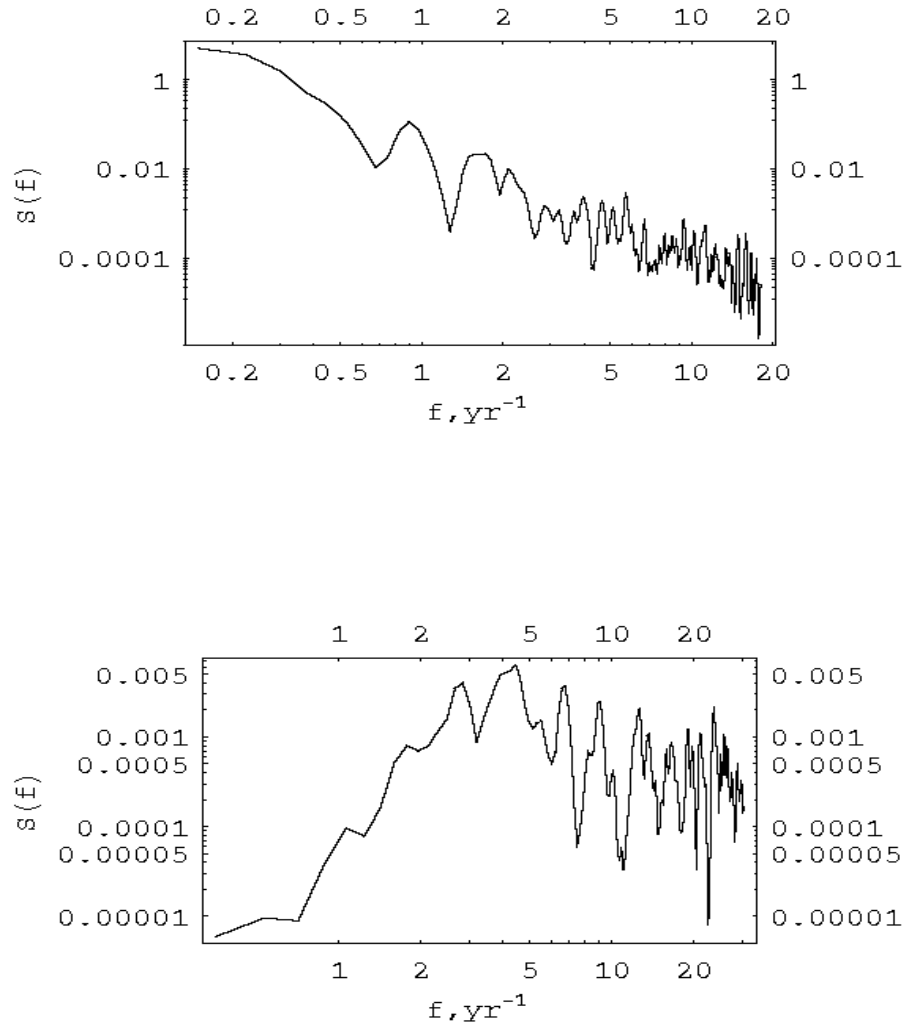


Рис. 1.7: Спектры мощности остаточных уклонений МПИ пульсара PSR B0329+54. Верхний график соответствует спектру мощности остаточных уклонений МПИ, подогнанных полиномом времени 2-й степени. Нижний график соответствует спектру мощности остаточных уклонений после дополнительной подгонки гармоническим рядом. Видно, что после частоты $\sim 3 \text{ год}^{-1}$ спектр остаточных уклонений на нижнем графике приобретает характер белого шума. Также видно, что все низкочастотные составляющие ($f < 3 \text{ год}^{-1}$) полностью удалены.

Радиоинтерферометрия пульсаров позволяет также определять их собственные движения и параллаксы, что, в свою очередь, даёт возможность измерять расстояния и тангенциальные скорости пульсаров. Для получения состоятельных результатов в пульсарной РСДБ требуется предъявление высоких требований к аппаратуре и программному обеспечению (ПО). Так, необходимо учитывать вклад ионосферы в групповую задержку. Если двухчастотные наблюдения, которые позволяют прямо исключить влияние ионосферы, невозможны по тем или иным причинам, то нужно использовать данные об полном содержании электронов, полученные другими способами, например, с помощью GPS-спутников или использованием карт, содержащих необходимую информацию и имеющихся в Интернете. Для повышения отношения сигнал/шум при корреляционной обработке пульсарных РСДБ-данных также крайне желательно использовать коррелирование со стробированием импульсов пульсаров. Проблема здесь заключается в модификации стандартного программного обеспечения, т. е. использовании наряду со стандартным ПО для РСДБ ещё и ПО, применяемого при обработке данных хронометрирования, которое позволяет предусчитывать вращательную фазу пульсара.

Итак, по первой главе можно сделать следующие выводы:

1. Проведено три сеанса РСДБ-наблюдений пульсара PSR 0329+54, которые были спланированы максимально эффективно, что позволило полностью реализовать потенциальную точность интерферометра Калязин - Кашима.
2. Методом РСДБ точно измерены координаты и собственное движение пульсара PSR 0329+54.
3. Установлено, что причина расхождения координат PSR 0329+54, измеренных методом РСДБ и хронометрирования, заключается в присутствии низкочастотного коррелированного шума в МПИ пульсара.
4. Предложен специальный метод обработки наблюдений, основанный на гармоническом анализе, который позволяет исключить низкочастотную составляющую шума из остаточных уклонений МПИ, скорректировать координаты пульсаров, полученные методом хронометрирования, и значительно уменьшить расхождение между РСДБ- и МПИ-координатами.

Глава 2

Шкала динамического пульсарного времени

Формирование и хранение шкал времени представляет собой одну из наиболее важных задач современной астрономии. Прогресс, достигнутый в создании сверхстабильных квантовых стандартов частоты, позволяет держать единичные отрезки времени с относительной точностью лучше 10^{-14} и стабильностью лучше, чем 10^{-15} на интервалах $10^3 \div 10^4$ с. С другой стороны, открытие естественных очень стабильных астрономических часов - пульсаров, обеспечивает возможность воссоздать шкалу эфемеридного времени на новом уровне.

2.1 Краткий обзор астрономических шкал времени

2.1.1 Всемирное время

Всемирное время UT определяется как угол поворота Земли вокруг своей оси, отсчитанный от определенной эпохи. До начала XX века время UT рассматривалось как наиболее точная реализация абсолютного времени. Это убеждение было подвергнуто сомнению Ньюкомбом в процессе анализа наблюдений Луны, выполненных в XVIII-XIX веках. Наблюдаемый эффект, заключающийся в видимых нерегулярных флуктуациях средней долготы Луны относительно предсказываемых теорией значений, достигал $\pm 15''$ в течении десятилетий. Дальнейшие исследования Брауна, Де Ситтера и Спенсера Джонса установили реальность подобных флуктуаций средних долгот и других тел Солнечной системы, оказавшихся пропорциональными их средним движениям. С появлением кварцевых и атомных часов UT как равномерная шкала времени была отвергнута. Тем не менее, хоть и выяснилось, что UT не равномерно, его измерения представляют интерес для геодинамики и геофизики.

2.1.2 Эфемеридное время

Эфемеридное время t_E - это независимый аргумент в дифференциальных уравнениях, положенных в основу гравитационных теорий движений тел Солнечной системы (Абалакин, 1979). В основу определения t_E положено движение Земли вокруг Солнца. Уравнение для средней долготы Солнца $L(t_E)$ дано Ньюкомбом и одобрено МАС в 1952 г.

$$L(t_E) = L_0 + L_1 t_E + L_2 t_E^2, \quad (2.1)$$

где t_E - эфемеридное время, L_0, L_1, L_2 - постоянные, которые выводятся из теории движения тел Солнечной системы. Так как долгота Солнца определяется из наблюдений, проводимых в дневное время, когда сильны тепловые деформации, и поскольку диск Солнца имеет довольно большие видимые размеры, а также поскольку среднее движение Солнца довольно медленно ($0.03''$ в секунду), то определение геометрического центра производится с довольно плохой точностью порядка $0.5''$. Таким образом, выводимое из наблюдений Солнца эфемеридное время имеет относительно низкую точность. Для улучшения точности определения t_E привлекалось движение Луны вокруг Земли. Угловое движение Луны происходит в 13 раз быстрее, чем у Солнца. К сожалению, теорию движения Луны нельзя считать чисто гравитационной, так как приливное ускорение в движении Луны не поддается точному количественному учёту в рамках этой теории и не обусловлено полностью только силами гравитационного характера. В 1950 г. новая шкала времени под названием "эфемеридное время" была введена по инициативе американского астронома Клеменса.

2.1.3 Атомное время

Прогресс квантовой радиофизики и электроники в 1950-х годах позволил создать новые эталоны частоты, основанные на естественном, повторяющемся с большой степенью точности колебательном процессе, происходящем при резонансных переходах атомов с одного энергетического уровня на другой. Система атомного времени (АТ) обладает весьма большой равномерностью на продолжительных промежутках времени и не зависит ни от вращения Земли, ни от теории движения небесных тел Солнечной системы.

За единицу измерения времени в системе АТ принимается атомная секунда, определяемая в соответствии с резолюцией XIII Конференции Международного комитета мер и весов как промежуток времени, в течении которого совершается 9 192 631 770 колебаний, соответствующих частоте излучения, поглощаемого атомом цезия Cs^{133} при резонансном переходе между энергетическими уровнями сверхтонкой структуры основного состояния при отсутствии возмущений от внешних магнитных полей.

В основу этого определения атомной секунды положены результаты эксперимента, проведенного Морской обсерваторией (USNO, Вашингтон, США) и Национальной физической лабораторией (Теддингтон, Англия) по определению номинальной частоты цезиевого эталона по наблюдениям Луны. Эта частоты для эпохи 1957.0 определена равной $9\,192\,631\,770 \pm 20$ колебаний в одну эфемеридную секунду.

2.1.4 Пульсарное время

Поиск объектов, могущих служить высокостабильными стандартами частоты, привёл к тому, что в течении короткого времени после открытия пульсаров была высказана мысль, что стабильный период вращения некоторых из них можно использовать для установления новой пульсарной шкалы времени (РТ). Практическая реализация пульсарной шкалы была развита в работах русских учёных (Шабанова и др., 1979; Ильин, Илясов, 1985; П'ин *et al.*, 1986; Илясов и др, 1989).

Пульсарная шкала времени строится в барицентрической системе отсчёта Солнечной системы как последовательность дискретных интервалов между радиоимпульсами пульсаров. Предполагается, что вращательная частота пульсара и её производные известны точно, что позволяет предвычислять номер регистрируемого импульса на любой вперёд заданный момент времени. На практике такая идеализированная ситуация не выполняется, и предвычисление вперёд может быть произведено только на ограниченный интервал времени, после чего производится уточнение вращательных параметров пульсара. Таким образом, использование одного пульсара не позволяет установить полностью независимую от земных стандартов шкалу времени. Выход может быть найден использованием групповой пульсарной шкалы времени, основанной на нескольких пульсарах (как минимум трёх) (Ильин, Илясов, 1985; Foster, Backer, 1990). Тогда вариации фазы любого из пульсаров могут быть обнаружены и исключены путём сравнения с вариациями фазы остальных пульсаров. Предполагается маловероятным, что одинаковые вариации будут сразу у нескольких пульсаров.

По аналогии с обычной пульсарной шкалой РТ вводится динамическая шкала пульсарного времени ВРТ (Илясов и др., 1996, 1998; Kopeikin, 1997a; Rodin *et al.*, 1997;), которая основана на движении пульсара вокруг барицентра двойной системы. В данном случае подсчитывается число оборотов вокруг барицентра, и также предполагается, что период обращения и его производные известны точно. Более подробно алгоритм построения ВРТ излагается в следующем разделе.

2.2 Орбитальные параметры и алгоритм хронометрирования двойных пульсаров

В данном разделе мы кратко рассмотрим модель измерений МПИ от пульсара, находящегося в двойной системе (Kopeikin, 1997a; Rodin *et al.*, 1997; Илясов и др., 1998). Предположим, что пульсар движется по эллиптической орбите с эксцентриситетом $e \neq 0$, вокруг общего центра масс двойной системы. Одновременно пульсар вращается вокруг своей оси с частотой ν , которая уменьшается из-за потерь энергии на электромагнитное излучение, что приводит к появлению производной частоты $\dot{\nu}$. Обозначим через n частоту обращения пульсара по орбите ($n = 2\pi/P_b$, где P_b - орбитальный период), а через a_r - большую полуось орбиты.

Вращательная фаза пульсара выражается формулой

$$\mathcal{N}(T) = \mathcal{N}_0 + \nu T + \frac{1}{2}\dot{\nu}T^2 + \frac{1}{6}\ddot{\nu}T^3, \quad (2.2)$$

где T - собственное время излучения \mathcal{N} -го импульса, $\ddot{\nu}$ - вторая производная частоты. Барицентрическое время τ_a прихода \mathcal{N} -го импульса в барицентр Солнечной системы при отсутствии гравитационного поля Солнечной системы и межзвёздной дисперсии связано с временем T формулой (Damour, Deruelle, 1986)

$$t = D\tau_a = T + \Delta_R(T) + \Delta_E(T) + \Delta_S(T) + \Delta_A(T) + O\left(\frac{v^4}{c^4}\right), \quad (2.3)$$

где Δ_R - поправка Рёмера, которая выражается формулой

$$\Delta_R(T) = \frac{a_r \sin i}{c} \{\sin \omega [\cos u - e] + (1 - e^2)^{1/2} \cos \omega \sin u\}, \quad (2.4)$$

поправка Эйнштейна Δ_E выражается формулой

$$\Delta_E = \gamma \sin u, \quad (2.5)$$

поправка Шапиро Δ_S выражается формулой

$$\Delta_S(T) = -\frac{2Gm_c}{c^3} \ln\{1 - e \cos u - \sin i [\sin \omega (\cos u - e) + (1 - e^2)^{1/2} \cos \omega \sin u]\}, \quad (2.6)$$

абберационная поправка Δ_A выражается формулой

$$\Delta_A(T) = A\{\sin(\omega + A_e(u)) + e \sin \omega\} + B\{\cos(\omega + A_e(u)) + e \cos \omega\}, \quad (2.7)$$

где a_r - большая полуось орбиты пульсара, e - эксцентриситет орбиты, i - угол между перпендикуляром к орбите и лучом зрения, $\omega = \omega_0 + kA_e(u)$ - медленно прецессирующий аргумент перицентра орбиты,

$$A_e(u) = 2 \operatorname{arctg} \left[\left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{1/2} \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right], \quad (2.8)$$

u - эксцентрическая аномалия, которая определяется из уравнения Кеплера

$$u - e \cos u = n(t - T_0), \quad (2.9)$$

$k = \dot{\omega}/n$, $D = \frac{1+V_R/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$ - доплер-фактор, вызванный движением пульсара, V_R - радиальная скорость барицентра, а V - полная скорость барицентра двойной системы относительно барицентра Солнечной системы. Обычно полагают, что $D = 1$ и меняется медленно, поэтому в конечных формулах эта величина обычно не фигурирует. Однако, движение двойной системы относительно барицентра Солнечной системы способно существенным образом повлиять на орбитальные параметры двойной системы (Кореikin, 1996).

Для того, чтобы можно было использовать формулу (2.2), необходимо выразить время T через барицентрическое время t , т.е. инвертировать формулу (2.3). Переобозначим

$$\Delta(T) = \Delta_R(T) + \Delta_E(T) + \Delta_S(T) + \Delta_A(T), \quad (2.10)$$

и положим, как было упомянуто ранее, $D = 1$. Тогда решением уравнения $t = T + \Delta(T)$ относительно t будет $T = t - \bar{\bar{\Delta}}(t)$, где

$$\bar{\bar{\Delta}}(t) = \Delta(t - \Delta(t - \Delta(t))) + O\left(\frac{1}{c^4}\right). \quad (2.11)$$

Формула (2.11) получена итерационным способом, который пригоден для компьютерного вычисления. В работе (Damour *et al.*, 1986) приведена также и явная формула для $\bar{\bar{\Delta}}(t)$.

В данном разделе приведен алгоритм вычисления фазы двойного пульсара наблюдателем, который находится в барицентре Солнечной системы. Поправки, связанные с движением наблюдателя не рассматривались, т. к. имеются работы, достаточно подробно излагающие данную проблему.

2.3 Шумы хронометрирования. Коррелированные шумы

Любой процесс измерений подвержен ошибкам, которые подразделяются на несколько видов: случайные, систематические (в том числе ошибки наблюдателя) и методические. Случайные ошибки имеют характер белого шума, т. е. их автокорреляционная функция равна дельта-функции $R(t_i, t_j) = \delta(t_i - t_j)$, а спектр мощности равен постоянной величине

$S(f) = const.$ Систематические ошибки характеризуются уже не случайным поведением, а долговременными флуктуациями, которые зависят либо от внешних условий, например, температурные деформации (радио)телескопа, либо от несовершенства самого наблюдательного инструмента (классический пример - погрешности в ориентации монтировки телескопа, неперпендикулярность её осей и т. п.). Сюда же можно отнести и ошибки наблюдателя, которые, как правило, зависят от его опытности. Все эти систематические ошибки специальным образом исследуются и в значительной степени исключаются. В радиоастрономических наблюдениях в настоящее время регистрация происходит автоматически без непосредственного участия человека. Его роль сводится к контролю и принятию решений в той или иной нештатной ситуации, а также к правильной организации наблюдений. Здесь уже можно говорить о методических ошибках при проведении эксперимента и последующей обработке данных. В качестве примера можно привести наблюдения поляризованного излучения пульсаров в одной поляризации с помощью радиотелескопа, установленного на азимутальной монтировке. С изменением часового угла пульсара меняется позиционный угол между плоскостью поляризованной волны и плоскостью поляризации приёмника. Это приводит к тому, что меняется форма импульса пульсара, и, как следствие, момент регистрации центра тяжести импульса смещается. В данном примере роль наблюдателя сводится к корректному выбору моментов наблюдений или к исследованию дополнительного запаздывания, вызванного изменением формы импульса с тем, чтобы потом можно было ввести коррекцию. К методическим можно также отнести ошибку алгоритма, применяемого при последующей обработке наблюдательных данных. Например, пересчёт шкалы земного времени ГТ в шкалу барицентрического времени ТВ производится с разным числом членов в зависимости от требуемой точности. Неучёт членов высокого порядка также приводит к систематической ошибке.

Остановимся подробнее на долговременных ошибках. Само их название уже говорит о том, что спектр мощности таких ошибок имеет подъём в области низких частот. Часто рассматривают спектр мощности вида $S(f) = h_s/f^s$, где f - частота, s - спектральный индекс ($s = 0, 1, 2, \dots$, в литературе по пульсарам обычно ограничиваются $s \leq 6$), h_s - интенсивность шума со спектральным индексом s . Значение индекса $s = 0$ соответствует белому шуму. Говоря об ошибках хронометрирования, в данной работе имеется ввиду белый *фазовый* шум. Далее в тексте, не оговаривая каждый раз, будут рассматриваться именно шумы при хронометрировании пульсаров. Шумы с $s \geq 1$ называются коррелированными, окрашенными или просто красными. В радиофизической литературе нет устоявшейся терминологии на сей счёт. В данной работе будут использоваться все термины.

Спектральные индексы $s = 2, 4, 6$ соответствуют случайным блужданиям в фазе, частоте и производной частоты вращения пульсара соответственно. Спектральные индексы $s = 1, 3, 5$ соответствуют фликкер-шуму фазы, частоты и производной частоты соответственно. И шум случайного блуждания, и фликкер-шум могут быть описаны в рамках дробового шума, т. е. шума, который образуется в результате наложения большого числа импульсов определённой формы, амплитуды и продолжительности которых есть случайные величины, а моменты возмущающих импульсов - пуассоновская последовательность. В конкретном случае измерений МПИ пульсаров шум со спектральным индексом $s = 3$ образуется в результате флуктуаций плотности межзвездной среды, через которую распространяется импульс (Blandford *et al.*, 1984), а шум с $s = 5$ получается из-за наличия фонового гравитационного излучения, оставшегося со времён возникновения Вселенной (Bertotti *et al.*, 1985; Kopeikin, 1997b).

2.4 Оценивание параметров пульсара методом наименьших квадратов

На сегодняшний день миллисекундные и двойные пульсары являются наиболее стабильными стандартами частоты, созданными природой. Их высокая стабильность может быть применена в различных областях науки от релятивистской астрофизики до фундаментальной метрологии: поиск стохастического фона гравитационных волн, проверка общей теории относительности (ОТО), установление и ведение новых шкал времени. Данная глава посвящена именно этой области применения двойных пульсаров - эфемеридной шкале времени, и, в меньшей степени, установлению верхнего предела на фон гравитационных волн, возникших в ранней Вселенной. Любая из вышеназванных проблем требует точного знания вращательных и орбитальных параметров пульсара. На практике эти параметры никогда не известны абсолютно точно, известны лишь численные оценки параметров, полученные тем или иным методом (методом наименьших квадратов, методом максимального правдоподобия, методом максимальной энтропии и др.), с разной степенью точности. Любой исследователь в своей работе стремится к тому, чтобы точности эти были как можно выше. Точность характеризуется величиной дисперсии и сильно зависит от вида шума, присутствующего в наблюдательных данных и имеющего совершенно разное физическое происхождение. В этой главе рассматривается как белый шум так и коррелированный (красный, окрашенный) низкочастотный шум, имеющий спектр мощности вида h_s/f^s , где h_s - интенсивность шума, f - частота, $s = 1, 2, \dots, 6$ - спектральный индекс.

Суть нашего исследования сводится к исследованию функциональной зависимости дисперсий оценок параметров двойного пульсара от интервала времени наблюдений. Для сравнения стабильности пульсарной шкалы времени РТ, которая базируется на вращении пульсара вокруг собственной оси, и шкалы ВРТ (сокращение от Binary Pulsar Time scale), основанной на орбитальном движении пульсара вокруг центра масс двойной системы, используются дисперсии вращательной частоты σ_ν и орбитального среднего движения σ_n .

Рассмотрим упрощенную модель двойного пульсара (Kopeikin, 1997a; Rodin *et al.*, 1997; Илясов и др., 1998). Упрощение будет заключаться в том, что рассматривается пульсар, движущийся по круговой орбите, имеющий только одну производную частоты вращения, вызванную излучением электромагнитных волн, при этом производными орбитальной частоты n и проекции большой полуоси x , существование которых обусловлено излучением гравитационных волн или ускоренным движением двойной системы, пренебрегаем.

Момент излучения \mathcal{N} -го импульса T связан с его моментом прихода t в барицентр Солнечной системы уравнением

$$D[T + x \sin n(T - T_0)] = t + \epsilon(t). \quad (2.12)$$

В уравнении (2.12) использованы обозначения: T -время в пульсарной шкале времени, t -время в барицентре Солнечной системы, x -проекция большой полуоси орбиты пульсара на луч зрения, n -орбитальная частота (среднее движение) пульсара, T_0 -момент начала отсчёта орбитальной фазы, $\epsilon(t)$ - аддитивный шум, $D = \frac{1+V_R/c}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$ - доплер-фактор, вызванный движением пульсара, V_R - радиальная скорость пульсара, V - его полная скорость, c - скорость света.

Вращательная фаза пульсара дается формулой

$$\mathcal{N} = \nu_p T + \frac{1}{2} \dot{\nu}_p T^2 + \frac{1}{6} \ddot{\nu}_p T^3 + \dots, \quad (2.13)$$

где ν_p , $\dot{\nu}_p$ и т. д. вращательная частота пульсара, ее производная и т. д. в системе отсчета пульсара на эпоху $T = 0$. После подстановки (2.12) в (2.13) вращательная фаза пульсара записывается в виде

$$\mathcal{N}(t) = \mathcal{N}_0 + \nu t + \nu x \sin[n(T - T_0)], \quad (2.14)$$

где $\text{cal} \mathcal{N}_0 = -\nu t_0$ и $\dot{\nu}$, $\ddot{\nu}$ оцениваться не будут.

Предположим для простоты, что все наблюдения двойного пульсара проводятся с одинаковой точностью. Определим далее отстаточные уклонения фазы пульсара $r(t)$ как разность между наблюдаемой фазой \mathcal{N}^{obs} и предвычисленной $\mathcal{N}(t, \theta)$ на основе наилучших

оценок параметров пульсарной модели.

$$r(t, \theta) = \mathcal{N}^{obs} - \mathcal{N}(t, \theta), \quad (2.15)$$

где $\theta = \{\theta_a, a = 1, 2, \dots, k\}$ обозначает набор определяемых параметров ($k = 5$ в модели (2.14)).

Если численное значение параметров θ совпадает с их физическим значением $\hat{\theta}$, то остаточные уклонения будут представлять действительный шум, т. е.

$$r(t, \hat{\theta}) = \epsilon(t). \quad (2.16)$$

На практике истинные физические величины параметров θ никогда не бывают известны абсолютно точно, известны лишь их оценки, получаемые методом наименьших квадратов, поэтому остаточные уклонения представляются выражением (Koreikin, 1999)

$$r(t, \theta^*) = \epsilon(t) - \sum_{a=1}^5 \beta_a \psi_a^* + O(\beta_a^2), \quad (2.17)$$

где $\beta_a = \delta\theta_a = \theta_a^* - \hat{\theta}_a$ поправки к оценкам параметров θ , функции $\psi_a(t, \theta^*) = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \theta_a} \right|_{\theta=\theta^*}$, которые в явном виде определены следующими формулами:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \nu} = t - x \sin nt, \\ \psi_2 &= \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial n} = -tx\nu \cos nt, \\ \psi_3 &= \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t_0} = -\nu, \\ \psi_4 &= \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial T_0} = nx\nu \cos nt, \\ \psi_5 &= \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial x} = -\nu \sin nt. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Далее предположим, что за время одного орбитального оборота мы делаем m измерений через равные промежутки времени и всего наблюдаем N орбитальных оборотов. Тогда будем иметь mN остаточных уклонений $r_i = r(t_i)$, $i = 1, 2, \dots, mN$. Стандартная процедура оценивания МНК дает наилучшие оценки для поправок параметров (или просто параметров) β_a :

$$\beta_a(T) = \sum_{b=1}^5 \sum_{i=1}^{mN} L_{ab}^{-1} \psi_b(t_i) \epsilon(t_i), \quad a = 1, \dots, 5, \quad (2.19)$$

где $T = NP_b$ -полный интервал наблюдений, матрица информации L_{ab} представляется в виде

$$L_{ab}(T) = \sum_{i=1}^{mN} \psi_a(t_i) \psi_b(t_i). \quad (2.20)$$

Обозначим угловыми скобками усреднение по ансамблю реализаций наблюдаемого процесса. Предположим, что среднее по ансамблю шума $\epsilon(t)$ равно нулю. Тогда и средние величины всех параметров β_a также равны нулю, т. е.

$$\langle \epsilon(t) \rangle = 0, \quad \langle \beta_a \rangle = 0 \quad (2.21)$$

Ковариационная матрица $M_{ab} = \langle \beta_a \beta_b \rangle$ оценок параметров дается выражением (Кореикин, 1997а)

$$M_{ab}(T) = \sum_{c=1}^5 \sum_{d=1}^5 L_{ac}^{-1} L_{bd}^{-1} \left[\sum_{i=1}^{mN} \sum_{j=1}^{mN} \psi_c(t_i) \psi_d(t_j) R(t_i, t_j) \right], \quad (2.22)$$

где $R(t_i, t_j) = \langle \epsilon(t_i) \epsilon(t_j) \rangle$ автоковариационная функция стохастического шума $\epsilon(t)$. Напомним, что функция $R(t_i, t_j)$ связана со спектром мощности шума $\epsilon(t)$ теоремой Винера-Хинчина

$$S(f) = 2 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau, \quad (2.23)$$

где $R(\tau) = R(t_i - t_j)$. Конкретные выражения для $R(\tau)$ приведены в таблице 2.1.

Матрица M_{ab} является симметричной ($M_{ab} = M_{ba}$), элементы на ее главной диагонали представляют собой дисперсии измеряемых параметров $\sigma_{\beta_a} = M_{aa} = \langle \beta_a^2 \rangle$, внедиагональные элементы представляют корреляцию между параметрами.

Вычитание принятой модели из наблюдательных данных дает остаточные отклонения, в которых будут доминировать только случайные флуктуации. Выражение для среднеквадратических остаточных отклонений после вычитания подогнанной наилучшим образом модели дается формулой (Кореикин, 1997а)

$$\langle r^2(T) \rangle = \frac{1}{mN} \sum_{i=1}^{mN} \sum_{j=1}^{mN} F(t_i, t_j) R(t_i, t_j), \quad (2.24)$$

где функция

$$F(t_i, t_j) = \delta_{ij} - \sum_{a=1}^5 \sum_{b=1}^5 L_{ab}^{-1} L_{cd}^{-1} \psi_a(t_i) \psi_b(t_j), \quad (2.25)$$

называется фильтрующей функцией. Последние выражения ясно демонстрируют, что часть шума в остаточных отклонениях отфильтровывается при подгонке параметров, и таким образом, его наблюдаемая амплитуда становится меньше. Вообще, выбирая достаточно много подгоняемых параметров, можно довести амплитуду остаточных отклонений до достаточно малой величины. Это связано с тем, что долговременные коррелированные шумовые флуктуации с любой наперед заданной степенью точности могут быть представлены функцией, описываемой конечным числом параметров. Данное утверждение касается только коррелированных шумов.

Спектр $S(f)$	Автоковариационная функция $R(\tau)$
h_0	$h_0\delta(\tau)$
h_1/f	$-\frac{h_1}{\pi} \ln \tau $
h_2/f^2	$-h_2 \tau $
h_2/f^3	$-\frac{1}{2\pi}h_3\tau^2 \ln \tau $
h_2/f^4	$-\frac{1}{6}h_4 \tau ^3$
h_2/f^5	$-\frac{1}{24\pi}h_5\tau^4 \ln \tau $
h_2/f^6	$-\frac{1}{120}h_6 \tau ^5$

Таблица 2.1: Спектр мощности и соответствующая ему автоковариационная функция белого и коррелированных шумов (Кореikin, 1997а). Величины h_s , $s = 0, 1, 2, \dots, 6$ характеризуют амплитуду шумов.

Информационная матрица модели (2.12), вычисленная по формуле (2.20), даётся следующим выражением

$$L_{ab} = \begin{pmatrix} \frac{T^3}{\nu^2 3} & \frac{-2xT}{\nu n^2} & \frac{-T^2}{2\nu} & 0 & \frac{T}{\nu n} \\ & \frac{x^2 T^3}{6} & 0 & \frac{-n^2 x^2 T^2}{4} & \frac{-xT}{4n} \\ & & T & 0 & 0 \\ & \text{symm} & & \frac{n^2 x^2 T}{2} & 0 \\ & & & & \frac{T}{2} \end{pmatrix}. \quad (2.26)$$

Обратная информационная матрица записывается в виде

$$L_{ab}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{12\nu^2}{T^3} & \frac{432\nu}{n^2 x T^5} & \frac{6\nu}{T^2} & \frac{216\nu}{n^3 x T^4} & \frac{-24\nu}{n T^3} \\ & \frac{24}{x^2 T^3} & \frac{216}{n^2 x T^4} & \frac{12}{n x^2 T^2} & \frac{12}{n x T^3} \\ & & \frac{4}{T} & \frac{108}{n^3 x T^3} & \frac{-12}{n T^2} \\ & \text{symm} & & \frac{8}{n^2 x^2 T} & \frac{6}{n^2 x T^2} \\ & & & & \frac{2}{T} \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Выражение

$$\Psi_{ab} = \sum_{i=1}^{mN} \sum_{j=1}^{mN} \psi_a(t_i) \psi_b(t_j) R(t_i, t_j) \quad (2.28)$$

проще вычисляется после замены переменных (Koreikin, 1997a)

$$x = \frac{t_i - t_j}{2}, \quad y = \frac{t_i + t_j}{2} \quad (2.29)$$

$$\int_0^T \int_0^T \psi_a(t_i) \psi_b(t_j) R(t_i - t_j) dt_i dt_j = \int_0^T R(x) dx \int_0^{x-T} A_{ab}(x, y) dy, \quad (2.30)$$

Матрица Ψ_{ab} в случае шума $1/f$ имеет вид

$$\Psi_{ab} = \begin{pmatrix} \frac{-T^4}{4\nu^2} & 0 & \frac{2T^3 \ln T}{3\nu} & 0 & \frac{-2T^2}{\nu n} \\ & \frac{-\pi x^2 T^3}{6n} & 0 & \frac{-\frac{1}{2}\pi x^2 T^2}{2} & 0 \\ & & 4T^2 \ln T & 0 & \frac{8T \ln T}{n} \\ & \text{symm} & & -2\pi n x^2 T & 0 \\ & & & & \frac{-2\pi T}{n} \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

в случае шума $1/f^2$ имеет вид

$$\Psi_{ab} = \begin{pmatrix} \frac{T^5}{15\nu^2} & 0 & -\frac{T^4}{6\nu} & 0 & \frac{2T^3}{3\nu n} \\ & \frac{x^2 T^3}{3n^2} & 0 & \frac{2x^2 T^2}{n} & 0 \\ & & -\frac{4}{3}T^3 & 0 & -\frac{4T^2}{n} \\ & \text{symm} & & 4x^2 T & 0 \\ & & & & \frac{12T}{n^2} \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

в случае шума $1/f^3$ имеет вид

$$\Psi_{ab} = \begin{pmatrix} -\frac{T^6 \ln T}{18\nu^2} & 0 & \frac{T^5 \ln T}{15\nu} & 0 & -\frac{2T^4 \ln T}{3\nu n} \\ & \frac{\pi x^2 T^3}{3n^3} & 0 & -\frac{2x^2 T^3 \ln T}{3n} & 0 \\ & & \frac{2}{3}T^4 \ln T & 0 & \frac{8T^3 \ln T}{3n} \\ & \text{symm} & & \frac{4\pi x^2 T}{n} & 0 \\ & & & & -\frac{8T^2 \ln T}{n^2} \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

в случае шума $1/f^4$ имеет вид

$$\Psi_{ab} = \begin{pmatrix} -\frac{T^7}{35\nu^2} & 0 & \frac{T^6}{45\nu} & 0 & -\frac{2T^5}{5\nu n} \\ & -\frac{28x^2 T^3}{n^4} & 0 & -\frac{x^2 T^4}{3n} & 0 \\ & & \frac{4T^5}{15} & 0 & \frac{4T^4}{3n} \\ & \text{symm} & & \frac{48x^2 T}{n^2} & 0 \\ & & & & -\frac{16T^3}{3n^2} \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

в случае шума $1/f^5$ имеет вид

$$\Psi_{ab} = \begin{pmatrix} -\frac{T^8 \ln T}{30\nu^2} & 0 & \frac{2T^7 \ln T}{105\nu} & 0 & -\frac{8T^6 \ln T}{15\nu n} \\ & -\frac{64x^2 T^4 \ln T}{n^4} & 0 & -\frac{2x^2 T^5 \ln T}{5n} & 0 \\ & & \frac{4}{15}T^6 \ln T & 0 & \frac{8T^5 \ln T}{5n} \\ & \text{symm} & & \frac{96x^2 T^2 \ln T}{n^2} & 0 \\ & & & & -\frac{8T^4 \ln T}{n^2} \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

	h_0	$h_1 f^{-1}$	$h_2 f^{-2}$	$h_3 f^{-3}$	$h_4 f^{-4}$	$h_5 f^{-5}$	$h_6 f^{-6}$
σ_ν^2	$\frac{12h_0}{\tau^3}$	$\frac{240h_1\nu^2 \ln \tau}{\tau^2}$	$\frac{312h_2\nu^2}{5\tau}$	$\frac{128}{5}h_3\nu^2 \ln \tau$	$\frac{304h_4\nu^2\tau}{35}$	$\frac{264}{35}h_5\nu^2\tau^2 \ln \tau$	$\frac{40}{63}h_6\nu^2\tau^3$
σ_n^2	$\frac{24h_0}{x^2\tau^3}$	$\frac{672h_1\pi}{nx^2\tau^3}$	$\frac{1920h_2}{n^2x^2\tau^3}$	$\frac{384h_3 \ln \tau}{n^2x^2\tau^2}$	$\frac{192h_4}{n^2x^2\tau}$	$\frac{1152h_5 \ln \tau}{5n^2x^2}$	$\frac{128h_6\tau}{5n^2x^2}$
$\sigma_{t_0}^2$	$\frac{4h_0}{\tau}$	$96h_1 \ln \tau$	$\frac{440h_2\tau}{15}$	$\frac{178h_3\tau^2 \ln \tau}{15}$	$\frac{452h_4\tau^3}{105}$	$\frac{418h_5\tau^4 \ln \tau}{105}$	$\frac{16h_6\tau^5}{45}$
$\sigma_{T_0}^2$	$\frac{8h_0}{n^2x^2\tau}$	$\frac{248\pi h_1}{n^3x^2\tau}$	$\frac{688h_2}{n^4x^2\tau}$	$\frac{128h_3 \ln \tau}{n^4x^2}$	$\frac{64h_4\tau}{n^4x^2}$	$\frac{384h_5\tau^2 \ln \tau}{5n^4x^2}$	$\frac{128h_6\tau^3}{15n^4x^2}$
σ_x^2	$\frac{2h_0}{\tau}$	$\frac{8\pi h_1}{n\tau}$	$\frac{368h_2}{5n^2\tau}$	$\frac{32h_3 \ln \tau}{5n^2}$	$\frac{256h_4\tau}{21n^2}$	$\frac{192h_5\tau^2 \ln \tau}{7n^2}$	$\frac{1312h_6\tau^3}{315n^2}$

Таблица 2.2: Зависимость дисперсий пульсарных параметров от вида спектра мощности. Величина h_s , ($s = 0, 1, \dots, 6$) - интенсивность спектра мощности шума с спектральным индексом s , ν - частота вращения пульсара, n - орбитальное среднее движение, x - проекция большой полуоси орбиты пульсара на луч зрения, τ - интервал наблюдений.

в случае шума $1/f^6$ имеет вид

$$\Psi_{ab} = \begin{pmatrix} \frac{2T^9}{567\nu^2} & 0 & -\frac{T^8}{630\nu} & 0 & \frac{4T^7}{63\nu} \\ & \frac{176x^2T^5}{15n^4} & 0 & \frac{2x^2T^6}{45n} & 0 \\ & & -\frac{8T^7}{315} & 0 & -\frac{8T^6}{45n} \\ & \text{symm} & & -\frac{64x^2T^3}{3n^2} & 0 \\ & & & & \frac{16T^5}{15n^2} \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Дисперсии оцениваемых параметров ν , n , t_0 , T_0 , x для шумов со спектрами мощности вида $1/f$, $1/f^2$, $1/f^3$, $1/f^4$, $1/f^5$, $1/f^6$ представлены в таблице 2.2.

2.5 Дисперсия Аллана орбитальной частоты

Для сравнения стабильности двух шкал времени РТ и ВРТ целесообразно ввести два параметра, как это делается у метрологов, (Рютман, 1978)

$$y = \frac{\Delta\nu(t)}{\nu} \quad \text{и} \quad v = \frac{\Delta n(t)}{n}, \quad (2.37)$$

которые характеризуют мгновенные относительные отклонения частоты. Удобство работы с такими безразмерными величинами связано с тем, что они остаются неизменными

при операциях умножения и деления частоты. Кроме того, можно легко сравнивать стабильность орбитального движения пульсаров с разными значениями частот собственного вращения и обращения по орбите. На практике имеют дело с интегральными величинами, определяемыми следующим образом

$$\bar{y}(t) = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} y(t') dt', \quad \bar{v}(t) = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} v(t') dt'. \quad (2.38)$$

Из-за случайных флуктуаций $y(t)$ и $v(t)$ повторные измерения $\bar{y}(t)$, $\bar{v}(t)$ дают отличающиеся численные значения с разбросом, зависящим от интервала τ . Для статистической характеристики разброса используется дисперсия σ^2 (или стандартное отклонение σ) данных величин. В предположении, что $y(t)$, $v(t)$ имеют нулевые средние значения, дисперсии будут равны среднему квадрату \bar{y} , $\bar{v}(t)$:

$$\sigma^2[\bar{y}(t)] = \langle \bar{y}^2 \rangle, \quad \sigma^2[\bar{v}(t)] = \langle \bar{v}^2 \rangle. \quad (2.39)$$

Скобки $\langle \rangle$ обозначают либо статистическое среднее, вычисляемое по бесконечному числу выборок в заданный момент t , либо среднее по бесконечному временному интервалу, вычисляемое по одной выборке $y(t)$ или $v(t)$ (Данное утверждение справедливо только в случае эргодичности случайного процесса). Такая дисперсия называется истинной и обозначается $I^2(\tau)$.

Логично предположить, что величины $I_y^2 = \sigma^2[\bar{y}(t)]$ и $I_v^2 = \sigma^2[\bar{v}(t)]$ не должны зависеть от момента проведения измерений t , а только от интервала измерений τ . Поэтому запишем далее

$$I_y(\tau) = \langle \bar{y}^2 \rangle^{1/2}, \quad I_v(\tau) = \langle \bar{v}^2 \rangle^{1/2}. \quad (2.40)$$

Если принять во внимание формулу (2.37), то можем вывести

$$I_y(\tau) = \frac{1}{\nu} \sigma_\nu(\tau), \quad I_v(\tau) = \frac{1}{n} \sigma_n(\tau). \quad (2.41)$$

Истинная дисперсия $I^2(\tau)$ представляет собой теоретическую идеализацию, так как она относится к бесконечному числу наблюдательных данных. Практические оценки должны исходить из конечного числа выборок $\bar{y}(t_k)$, $\bar{v}(t_k)$. Основное средство, которое используется для оценки стабильности шкал времени, - это так называемая дисперсия Аллана, которая вводится посредством следующего определения

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}(t+\tau) - \bar{y}(t))^2 \rangle, \quad \sigma_v^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{v}(t+\tau) - \bar{v}(t))^2 \rangle. \quad (2.42)$$

Формула, которая связывает истинную дисперсию и дисперсию Аллана имеет вид

$$\sigma_y^2(\tau) = 2[I_y^2(\tau) - I_y^2(2\tau)], \quad \sigma_v^2(\tau) = 2[I_v^2(\tau) - I_v^2(2\tau)]. \quad (2.43)$$

	$\sigma_y^2(\tau)$	$\sigma_v^2(\tau)$
h_0	$\frac{10.5h_0}{T^3}$	$\frac{21h_0}{n^2x^2T^3}$
$\frac{h_1}{f}$	$\frac{27h_1}{T^2}$	$\frac{21h_1}{n^5x^2T^3}$
$\frac{h_2}{f}$	$\frac{9.6h_2}{T}$	$\frac{24192h_2}{n^6x^4T^3}$
$\frac{h_3}{f}$	$2.5h_3$	$\frac{27648h_3}{n^6x^4T^2}$
$\frac{h_4}{f}$	$8.2h_4T$	$\frac{33792h_4}{n^6x^4T}$
$\frac{h_5}{f}$	$14.4h_5T^2 \ln T$	$\frac{20503h_5}{n^6x^4}$
$\frac{h_6}{f}$	$3.6h_6T^3$	$\frac{11366h_6T}{n^6x^4}$

Таблица 2.3: Зависимость дисперсий пульсарных параметров от вида спектра мощности шумов остаточных уклонений МПИ пульсара. Параметры h_s , ν , n , x , T имеют то же значение, что и в таблице 2.2

В таблице 2.3 представлены величины $\sigma_y^2(\tau)$ и $\sigma_v^2(\tau)$, вычисленные на основании формулы (2.43) и величин σ_v^2 и σ_n^2 , взятых из таблицы 2.2. Видно, что величина σ_y не зависит от орбитальных параметров пульсара, как того и следовало ожидать, ибо σ_y характеризует нестабильность вращения вокруг собственной оси пульсара вне зависимости от того является ли он компонентом двойной системы или нет. Что касается величины σ_v , то она зависит от орбитального периода $P_b = 2\pi/n$ и проекции большой полуоси x , т.е. от параметров синусоидальной функции в формуле (2.14).

Рисунок 2.1 схематически показывает поведение величин $\sigma_y(\tau)$ и $\sigma_v^2(\tau)$. Предполагается, что на интервале выборок $[\tau_0, \tau_1]$ доминирует белый фазовый шум, обусловленный главным образом ошибками измерений. На интервале $\tau > \tau_1$ начинают последовательно проявляться различные компоненты спектра красного шума, амплитуды которых h_s , как показывает опыт работы квантовых стандартов частоты, постепенно убывают по мере роста спектрального индекса шума s . Например, в ситуации, схематически изображенной на рисунке 2.1, при увеличении интервала наблюдений с τ_1 до τ_2 доминирует красный фликкер-шум со спектральной плотностью h_1/f , а в интервале $\tau_2 < \tau < \tau_3$ доминирует красный шум со спектральной плотностью h_2/f^2 и т.д. В общем случае, чем больше интервал времени наблюдения, тем существеннее вклад шума с бóльшим значением спек-

трального индекса s . Это обусловлено тем, что согласно сделанному выше предположению шум с бóльшим s имеет меньшую амплитуду h_s и поэтому может начать давать вклад лишь на более длительных временных интервалах τ .

Также можно видеть, что нестабильность орбитальной фазы пульсара σ_v нечувствительна к шумам со спектральными индексами $s = 1, 2$ и, таким образом, не позволяет по измерениям σ_v отличить эти шумы друг от друга и от белого шума. С другой стороны, именно такое поведение $\sigma_v(\tau)$ дает возможность использовать орбитальную фазу двойного пульсара как новый, более стабильный на длительных интервалах времени, эталон времени.

Как видно на рис. 2.1, величина $\sigma_y(\tau)$ вращательной частоты пульсара начинает расти с момента τ_4 , в то время как значение $\sigma_v(\tau)$ все еще продолжает уменьшаться до тех пор, пока не начинают доминировать шумы со спектральным индексом $s \geq 5$. Этот результат не зависит от конкретных числовых значений амплитуды шумов. Как показывает теоретический анализ, минимум кривой $\sigma_v(\tau)$ может при определенных обстоятельствах достигаться значительно позже, чем аналогичный минимум для $\sigma_y(\tau)$. Глубина минимума для $\sigma_y(\tau)$ обусловлена шумом со спектральным индексом $s = 3$, порождаемым наличием крупномасштабных неоднородностей межзвездной среды (Bandford *et al.* 1984). Глубина минимума для $\sigma_v(\tau)$ определяется амплитудой шумов со спектральным индексом $s \geq 5$, которые возникают вследствие существования стохастического фона гравитационного излучения, порожденного на начальной стадии возникновения Вселенной (Bertotti *et al.*, 1983). Шум с индексом $s = 5$ может, в принципе, возникать также как результат случайных флуктуаций первой производной собственной частоты вращения пульсара, хотя возникновение таких флуктуаций является крайне маловероятным (Cordes, Greenstein, 1981) и в дальнейшем изложении не рассматривается. В качестве наблюдательного примера мы можем указать минимум кривой $\sigma_y(\tau)$ для одиночного пульсара PSR B1937+21, который имеет значение 10^{-14} на интервале наблюдений 2 года, а его появление связано, по-видимому, с доминирующим влиянием нестабильности вращательной фазы данного пульсара (Kaspi *et al.*, 1994).

2.6 Пульсары J1713+0747, B1913+16 и шкала ВРТ

Другая наглядная иллюстрация использования дисперсии $\sigma_v(\tau)$ с точки зрения фундаментальных приложений приведена на рис. 2.2 и 2.3, на которых изображено поведение кривых $\sigma_y(\tau)$ и $\sigma_v(\tau)$ для пульсаров J1713+0747 и B1913+16, имеющих заметно отличаю-

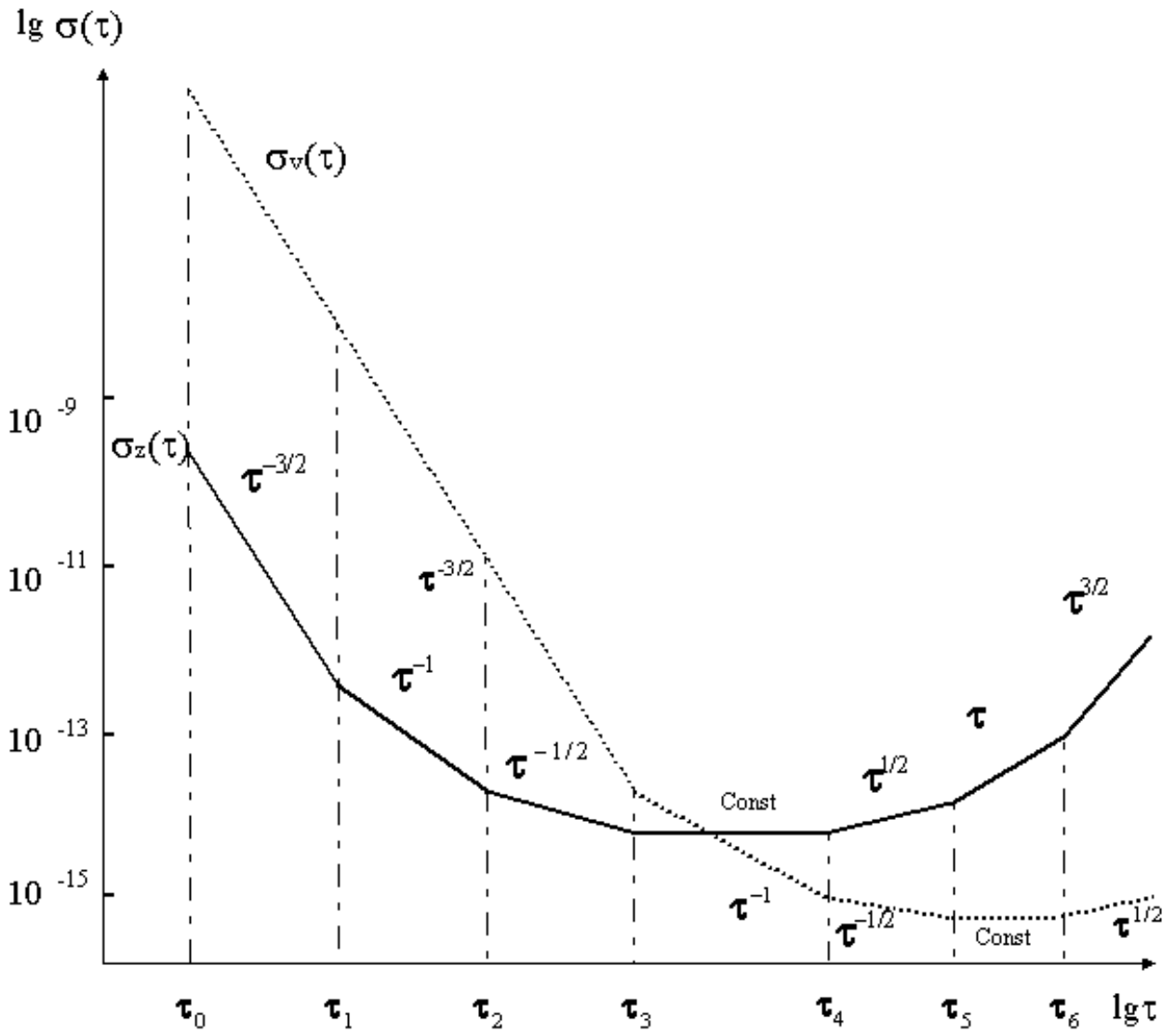


Рис. 2.1: Схематическое поведение относительной стабильности вращательной частоты пульсара, характеризуемой параметром σ_y (сплошная линия), и его орбитальной частоты, характеризуемой параметром σ_v (пунктирная линия).

щиеся значения орбитальных параметров. При построении этих рисунков мы пренебрегли для наглядности шумами со спектральными индексами $s = 1, 2, 3, 4$, т. к. на рассматриваемых интервалах времени они лишь незначительно влияют на поведение дисперсий. Рис. 2.2 демонстрирует поведение $\sigma_y(\tau)$, начальный участок которой взят из работы (Foster *et al.*, 1996), и отражает влияние белого шума. Мы предполагаем, что $\Omega_g h^{-2} = 10^{-8}$, хотя весьма вероятно, что в действительности ее значение существенно меньше. Величина амплитуды шума со спектральным индексом $s = 6$ была взята так, чтобы данный шум начал оказывать заметное влияние на поведение $\sigma_y(\tau)$ после 20 лет непрерывных наблюдений. Изображенное таким образом поведение функции $\sigma_y(\tau)$ может быть пересчитано по формулам табл. 2.3 и значениям орбитальных параметров J1713+0747 из табл. 2.4 в соответствующее поведение функции $\sigma_v(\tau)$, которое также изображено на рис. 2.2. Сравнение кривых на рис. 2.2 показывает, что двойной пульсар J1713+0747 является весьма хорошим детектором стохастического гравитационно-волнового излучения как по измерениям величины σ_y , так и по измерениям σ_v . Важно заметить, что использование для этой цели кривой $\sigma_v(\tau)$ должно помочь избежать неопределенности при идентификации спектрального характера шума в остаточных уклонениях МПИ пульсара. Например, одно лишь наличие минимума в кривой для $\sigma_v(\tau)$ немедленно указывает на наличие шума с индексом $s \geq 5$. В то же время, для того, чтобы судить о наличии аналогичного шума по кривой $\sigma_y(\tau)$, необходимо довольно точно измерять наклон данной кривой, что представляется проблематичным. Аналогично построен рис. 2.3. При проведении кривой σ_y мы взяли значение ошибки параметра y равной 10^{-13} на интервале времени 7 лет в соответствии с результатами работы (Taylor, Weisberg, 1989). Также предполагалось, что на данном интервале времени доминирует белый шум измерений. Кривая σ_v была получена путем соответствующего пересчета по формулам табл. 2.3. Взаимное поведение кривых $\sigma_y(\tau)$ и $\sigma_v(\tau)$ для пульсара B1913+16, изображенное на рисунке 2.3 носит иной характер по сравнению с J1713+0747. Минимум кривой $\sigma_v(\tau)$ равен приблизительно 10^{-14} , находится глубже минимума кривой $\sigma_y(\tau)$ и достигается по истечении исключительно длительного промежутка времени (~ 2000 лет). Данное поведение дисперсий вращательной и орбитальной частот B1913+16 не позволяет получить удовлетворительный предел на амплитуду стохастических гравитационных волн, но делает этот пульсар весьма надежным стабильным эталоном динамического пульсарного времени ВРТ на интервалах времени, когда случайные флуктуации остаточных уклонений МПИ пульсара уже не носят характер белого шума и обусловлены, главным образом, наличием красного шума со спектральным индексом $s \geq 1$.

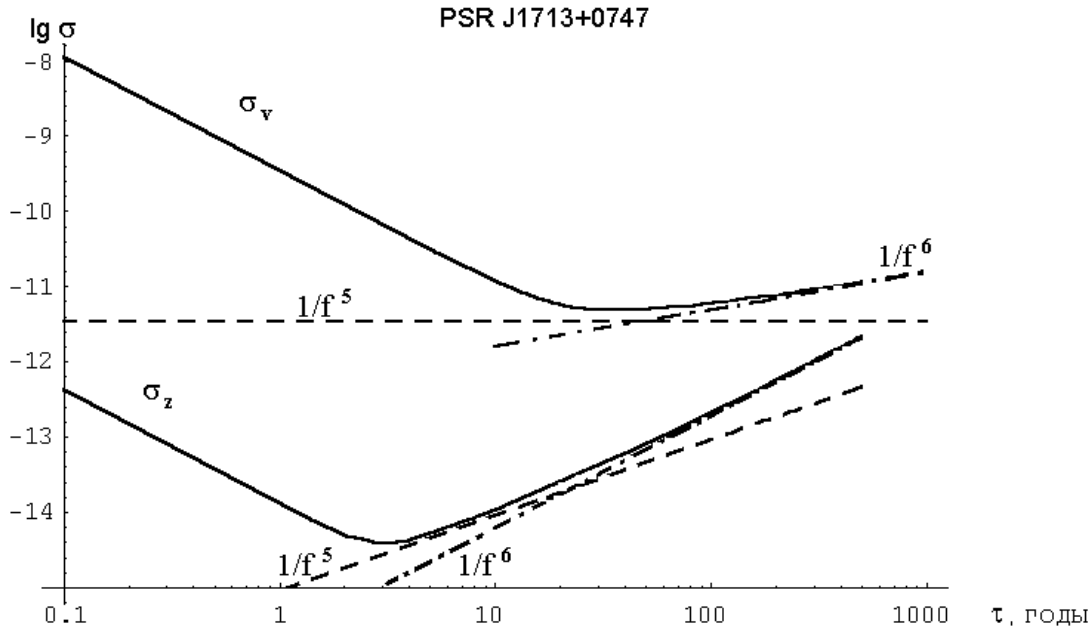


Рис. 2.2: Кривые σ_y и σ_v , рассчитанные для пульсара J1713+0747 в предположении, что эксцентриситет орбиты $e = 0$. Минимум кривой σ_v достигается на интервале $\tau = 20$ лет и определяется исключительно амплитудой шумов стохастического фонового гравитационного излучения (спектр мощности вида $1/f^5$). Амплитуда данного шума $h_5 = \Omega_g h^2 = 10^{-8}$. Амплитуда шума $1/f^6$ была выбрана так, что его вклад в σ_y и σ_v заметен лишь на интервале времени больше 20 лет. Пунктирная и штрих-пунктирная линии показывают интенсивность шумов вида $1/f^5$ и $1/f^6$ и ограничивают поведение кривых σ_y и σ_v снизу. Данный пульсар является подходящим кандидатом для установления верхнего предела на амплитуду фонового гравитационного излучения, т. к. интервал времени, на котором достигаются минимумы кривых σ_y и σ_v , является достаточно коротким для проведения экспериментальных исследований.

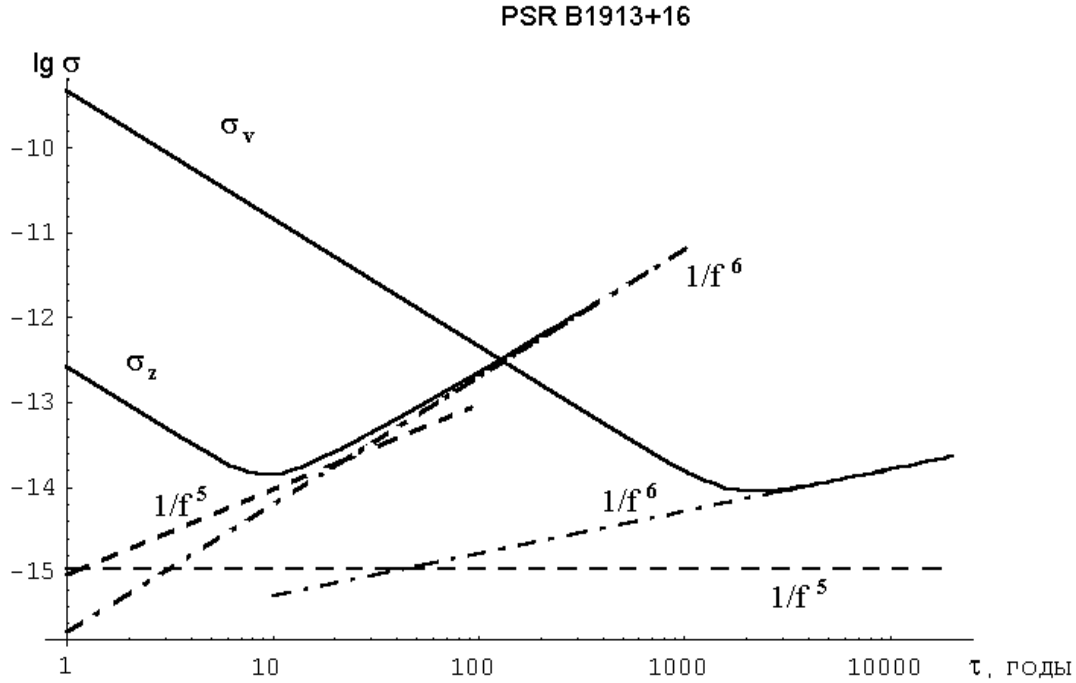


Рис. 2.3: Кривые σ_y и σ_v , рассчитанные для пульсара B1913+16 без учета эллиптичности его орбиты. Минимум кривой σ_v достигается значительно позже минимума σ_y . Штриховая и штрих-пунктирная линии показывают интенсивность шумов вида $1/f^5$ и $1/f^6$ для σ_y и σ_v . Рассматриваемый пульсар не подходит для нахождения амплитуды фонового гравитационного излучения, т.к. минимум σ_v определяется шумом $1/f^6$, который начинает доминировать существенно раньше шума стохастических гравитационных волн. Данный пульсар является хорошим кандидатом в качестве хранителя шкалы динамического эфемеридного времени, т.к. минимум σ_v является достаточно глубоким и достигается на столь длительном интервале времени, что все остальные известные стандарты времени и частоты на таком интервале имеют значительно худшую стабильность. Учёт эллиптичности орбиты не сказывается существенным образом на поведении кривых σ_y и σ_v и не влияет на результаты наших аналитических заключений.

Весьма важным с практической точки зрения является то, что при условии пренебрежения шумами с индексом $s = 6$ величина абсолютного минимума кривой $\sigma_v(\tau)$ может быть вычислена на основании численного значения h_5 , которое определяется величиной плотности энергии фона гравитационных волн Ω_g (Bertotti *et al.*, 1983, Kopeikin, 1997).

$$S(f) = \frac{H_0^2 \Omega_g(f)}{16\pi^4} f^{-5}, \quad (2.44)$$

$$\Omega_g(f) df = \frac{f}{\rho_c} \frac{d\rho_g(f)}{df},$$

Таким образом, величина h_5 равна

$$h_5 = \frac{H_0^2 \Omega_g(f)}{16\pi^4}, \quad (2.45)$$

а минимум $\sigma_v(\tau)$ для случая круговой орбиты равен

$$\sigma_v = \frac{143H_0 \sqrt{\Omega_g}}{4\pi^2 n^2 x} = 1.1 \cdot 10^{-19} \sqrt{\Omega_g} P_b^2 x^{-1} \text{h}. \quad (2.46)$$

Здесь $h = H_0/100$ км/(с Мпк) - безразмерная постоянная Хаббла, P_b - орбитальный период пульсара, x - проекция на луч зрения большой полуоси орбиты пульсара. Видно, что величина $\sigma_v(\tau)$ зависит не только от величин Ω_g и h , но и от параметров орбиты пульсара, что является вполне естественным, так как величина $\sigma_v(\tau)$ характеризует стабильность именно орбитального движения. В реальной ситуации минимум $\sigma_v(\tau)$ зависит также и от шумов со спектральным индексом $s = 6$. Если амплитуда шума с индексом $s = 6$ меньше амплитуды стохастического гравитационного фона, то минимальное значение $\sigma_v(\tau)$ совпадает со значением, определяемым по формуле (2.46). В противном случае шум с $s = 6$ может начать проявляться раньше, чем $\sigma_v(\tau)$ достигнет величины (2.46).

Можно снизить величину $\sigma_v(\tau)$, используя пульсары с малым отношением P_b^2/x . Если учесть третий закон Кеплера, то P_b^2/x можно выразить следующей формулой

$$\frac{P_b^2}{x} = \frac{P_b^2}{a \frac{m_2}{m_1+m_2} \sin i} = \frac{4\pi^2 a^2}{G m_2 \sin i}, \quad (2.47)$$

где m_1 , m_2 - массы пульсара и компаньона соответственно, a - большая полуось относительной орбиты (в случае круговой орбиты - это просто расстояние между компаньонами), i - наклон нормали орбиты к лучу зрения, G - гравитационная постоянная. Таким образом, для того, чтобы минимизировать $\sigma_v(\tau)$ для получения максимально стабильной шкалы ВРТ, надо использовать пульсары в тесных двойных системах с массивным компаньоном. Это и понятно с физической точки зрения: величина Gm_2/a^2 , стоящая в формуле (2.47), есть по своему смыслу не что иное как ускорение пульсара. Таким образом, чем оно больше, тем более устойчива двойная система к внешним возмущающим ускорениям. Если же

PSR	P , мс	d , кпк	P_b , сут	x , с	e	r , мкс
J1713+0747	4.5701	1.1	67.82512988	32.342413	$7.492 \cdot 10^{-05}$	>13.5
B1855+09	5.3621	0.9	12.32717119	9.2307802	$2.168 \cdot 10^{-05}$	1.15
J0437-4715	5.7574	0.14	5.741042329	3.3666787	$1.87 \cdot 10^{-05}$	-
J2317+1439	3.4452	1.89	2.459331464	2.3139483	$5 \cdot 10^{-07}$	-
J1537+1155	37.9044	0.68	0.420737299	3.729468	0.2736779	6.70
J2130+1210C	30.5292	10	0.335282052	2.52	0.68141	-
B1913+16	59.0299	7.13	0.322997463	2.3417592	0.6171308	6.83

Таблица 2.4: Орбитальные параметры некоторых двойных пульсаров. P - период пульсара в миллисекундах, d - расстояние до пульсара, P_b - орбитальный период пульсара в сутках, x - проекция большой полуоси орбиты на луч зрения в световых секундах, e - эксцентриситет орбиты, r - амплитуда эффекта Шапиро.

мы хотим использовать двойной пульсар для установления верхнего предела на амплитуду стохастического гравитационного излучения, то в этом случае нужен пульсар с большим отношением P_b^2/x , который, соответственно, даст высокий минимум $\sigma_v(\tau)$, обнаружимый на относительно коротком интервале времени. Следует подчеркнуть, что измерение минимума $\sigma_v(\tau)$, по-видимому, дает более точный индикатор верхнего предела на амплитуду стохастических гравитационных волн, чем измерение соответствующего наклона кривой $\sigma_y(\tau)$, так как измерение минимума может быть произведено с большей достоверностью, чем определение наклона кривой $\sigma_y(\tau)$, зависящей от достаточно больших ошибок измерения $\sigma_y(\tau)$ на длительных интервалах времени (Kaspi *et al.*, 1994; Dewey, Thorsett, 1996).

В настоящий момент в пульсарном каталоге имеется 46 двойных пульсаров. В качестве иллюстрации мы привели в табл. 2.4 параметры некоторых двойных пульсаров. Некоторые из них могут быть взяты как детекторы стохастического фона гравитационных волн (J1713+0747, B1855+09) или как хранители динамической шкалы пульсарного времени ВРТ (B1913+16).

□

2.7 Выводы к главе 2

1. Методом наименьших квадратов вычислены теоретические зависимости поведения дисперсии вращательных и орбитальных параметров пульсара в зависимости от вида коррелированного шума и длины интервала наблюдений, что позволяет предсказывать точность оценок пульсарных параметров и, тем самым, проводить планирование наблюдений пульсаров.

2. На основе сравнения дисперсий вращательной и орбитальной частоты как функций наблюдательного интервала предложено использование новой астрономической шкалы ВРТ в качестве шкалы эфемеридного времени, которая стабильна на длительных интервалах времени (десятки и сотни лет).
3. Показано, что для получения максимально стабильной шкалы ВРТ необходимы пульсары в тесных двойных системах с массивным компаньоном, а для определения амплитуды стохастического гравитационного излучения (или установления верхнего предела на неё) на сравнительно коротком интервале времени (10 - 20 лет) нужны пульсары с большим отношением P_b^2/x .

Глава 3

Долговременные вариации остаточных уклонений в моментах приходов импульсов от пульсаров

К настоящему времени получены обширные массивы данных, содержащих остаточные уклонения моментов приходов импульсов (МПИ) пульсаров. Эти данные используются в различных областях науки: от релятивистской астрофизики и космологии до фундаментальной метрологии. Характер поведения остаточных уклонений МПИ пульсара во времени зависит от многих факторов: например, от различных активных процессов, происходящих внутри пульсара, изменений в межзвездной среде, в которой распространяется сигнал от пульсара, ошибок планетных эфемерид, используемых для пересчета МПИ от наблюдателя к барицентру и др. В данной главе по крайней мере часть наблюдаемых остаточных уклонений МПИ пульсаров предлагается объяснить путём использования эффектов, обусловленных пролетами массивных тел вблизи пульсара. Рассматриваются пролеты тел по трём возможным типам орбит: эллиптическим, параболическим и гиперболическим. Однако следует отметить, что вблизи момента прохождения перицентра трудно отличить три типа орбит друг от друга, если их эксцентриситет близок к 1.

3.1 Причины долговременных вариаций параметров пульсара

Рассматриваются различные причины возмущений в остаточных уклонениях МПИ пульсара. На пульсар, как астрономический объект, находящийся в окружении других массивных тел, постоянно действуют силы, которые в звёздной астрономии разделяются на регулярные и иррегулярные (Куликовский, 1985). К регулярным силам относится общее гравитационное поле квазистационарной системы, меняющееся со временем очень медлен-

но и определяющее как орбиты отдельных звёзд так и общее вращение всех подсистем в галактиках или звёздных скоплениях. Иррегулярные силы, которые действуют случайно. оказывают лишь кратковременное действие и незначительно меняют направление и величину скоростей, участвующих в сближении тел. Воздействие иррегулярных сил может довольно значительно флуктуировать и приводить к сильным кумулятивным эффектам в движении звёзд на коротких (по сравнению с временем жизни рассматриваемой системы) интервалах времени. Если часть массы звёздной системы заключена в звёздных облаках, облаках диффузной материи, звёздных скоплениях, то роль случайных сближений этих объектов со звёздами будет играть ещё большую роль по сравнению со случаем одиночных сближений звёзд.

3.1.1 Звёздные скопления

В звёздных скоплениях время от времени происходят тесные сближения двух или нескольких звёзд в процессе их движения по регулярным орбитам. При этом взаимные ускорения, испытываемые звёздами, участвующими в сближениях, по порядку величины оказываются сравнимыми с ускорениями этих звёзд, обусловленными действующей на них регулярной силой. Изменение вектора относительной скорости V двух тел при одном сближении равно по абсолютной величине (Куликовский, 1985)

$$\Delta V(b, V) = \frac{2V}{\sqrt{1 + (b/B)^2}}, \quad (3.1)$$

а угол поворота вектора относительной скорости ψ определяется формулой (Куликовский, 1985)

$$\operatorname{tg} \frac{\psi}{2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{V^2 b}, \quad (3.2)$$

где b - прицельное расстояние, равное расстоянию от возмущающего тела m_1 до асимптоты гиперболы, описываемой возмущаемой звездой m_2 , $B = \frac{G(m_1 + m_2)}{V^2}$, G - гравитационная постоянная. В первом приближении можно принять, что модуль полного изменения скорости $|\Delta V|$ будет связан с изменениями при отдельных встречах $|\Delta V_i|$ соотношением

$$(|\Delta V|)^2 = \sum_i (|\Delta V_i|)^2. \quad (3.3)$$

Принимая во внимание (3.1) и суммируя изменения $|\Delta V_i|$ за время Δt , происходящее при сближениях с прицельными расстояниями в интервале $(b, b + db)$ и скоростями $V, V + dV$, получим

$$\sum_i \Delta V_i^2(b, V) = 2\pi b f(V) dV \frac{4V^2}{1 + (b/B)^2} V db \Delta t, \quad (3.4)$$

где $f(V)dV$ - пространственная плотность звёзд, имеющих скорость в пределах V и $V+dV$, а $2\pi b db f(V)V dV \Delta t$ - число звёздных сближений в "трубке" радиусом b , толщиной стенок db и длиной $V \Delta t$.

Если ограничить b сверху некоторым значением b_{max} , характерным для рассматриваемой задачи, то, интегрируя последнее уравнение по b , имеем

$$\sum_i [\Delta V_i(V)]^2 = 8\pi f(V)V dV \Delta t V^2 \int_0^{b_{max}} \frac{b db}{1 + \frac{b^2}{B^2}} =$$

$$4\pi G^2 (m_1 + m_2)^2 \frac{\Delta t}{V} f(V) \ln\left(1 + \frac{b_{max}^2}{B^2}\right) dV. \quad (3.5)$$

Полезно подчеркнуть что, в последней формуле результат лишь логарифмически зависит от b_{max} . Поэтому в любом случае можно, сильно не ошибаясь, принять b_{max} равным среднему расстоянию между звёздами в скоплении. Далее произведём интегрирование (3.5) по V , пренебрегая слабой зависимостью функции B от V под знаком логарифма, что позволяет рассматривать данный логарифм как константу. Примем далее, что $f(V)$ имеет максвелловское распределение по скоростям (Холопов, 1981)

$$f(V) dV = \frac{4N}{\sqrt{\pi}\sigma^3} V^2 \exp\left(-\frac{V^2}{\sigma^2}\right) dV. \quad (3.6)$$

Постоянный множитель перед $V^2 \exp\left(-\frac{V^2}{\sigma^2}\right)$ выбран таким, чтобы при интегрировании по всем скоростям получить в результате N - число звёзд в единице объёма, σ - наиболее вероятная скорость. После интегрирования имеем

$$(\Delta V)^2 = 8\sqrt{\pi} G^2 (m_1 + m_2)^2 \frac{N}{\sigma} \ln\left[1 + \frac{b_{max}^2}{B^2}\right] \Delta t. \quad (3.7)$$

Далее можно ввести некоторые упрощающие предположения. Примем, что $b_{max} \gg B$. Это предположение выполняется для всех звёздных скоплений. Например, при $m_1 + m_2 = 2m_\odot$, $V = 10$ км/с, $B \approx 20$ а.е. Концентрация звёзд N различается очень сильно в зависимости от скопления. Характерны значения N , приблизительно равные

$$\begin{array}{ll} N \approx 0.138 \text{ пк}^{-3} & \text{в окрестностях Солнца} \\ N \approx 1 \div 80 \text{ пк}^{-3} & \text{в рассеянных скоплениях} \\ N \approx 10^2 \div 10^4 \text{ пк}^{-3} & \text{в шаровых скоплениях.} \end{array}$$

Возьмём наиболее благоприятный для нас случай шарового скопления. Плотности 10^3 звёзд/пк³ соответствует среднее расстояние между звёздами порядка 0.1 пк. При этом отношение $\frac{b_{max}}{B}$ будет порядка 10^3 . Будем считать, что взаимодействия происходят наиболее часто с маломассивным и, следовательно, имеющим большую концентрацию населением

скопления, т.е. примем, что $m_2 \ll m_1$. Исходя из вышеизложенных предположений можно записать уравнение (3.7) в следующем виде

$$(\Delta V)^2 = 16\sqrt{\pi}G^2m_1^2N\frac{1}{\sigma}\ln\frac{b_{max}}{B}\Delta t. \quad (3.8)$$

Уравнение (3.8) позволяет оценить, через какой промежуток времени звезда (или пульсар) получит заданное приращение скорости. Подставим конкретные числовые значения в (3.8): $m_1 = 2m_\odot = 4 \cdot 10^{30}$ кг, $N = 10^3$ пк, $\sigma = 5$ км/с, $\frac{b_{max}}{B} = 10^3$. Получим

$$(\Delta V)^2 \approx 10^{-7}\Delta t. \quad (3.9)$$

Например, через 10^8 сек пульсар получит приращение скорости $\sim \sqrt{10} \approx 3$ м/с. Эта величина вполне достаточна для обнаружения методом хронометрирования, т.к. приведет к относительному изменению периода пульсара порядка 10^{-8} или к изменению $\dot{\nu} \sim 10^{-16}$ для пульсаров с периодом 1 сек. и $\dot{\nu} \sim 10^{-19}$ для миллисекундных пульсаров.

В настоящее время в пульсарном каталоге (Taylor et al, 1993) содержится 33 пульсара, входящих в шаровые скопления, из них 5 имеют отрицательную производную периода, которая интерпретируется как ускоренное движение пульсара. Т.к. в общем случае производная периода должна быть положительной, данный пример показывает, что влияние гравитационных сил шарового скопления играет существенную роль.

Таким образом, на основании всего вышеизложенного можно сделать вывод, что *на пульсар, находящийся в шаровом звездном скоплении воздействуют иррегулярные силы, которые по своей величине таковы, что могут быть обнаружены за относительно короткий (\sim нескольких лет) отрезок времени.*

3.1.2 Удаленные компаньоны пульсаров

Наличие производных частоты высоких порядков (≥ 3) у некоторых пульсаров может быть объяснено (и действительно объясняется) наличием компаньонов, обращающихся вокруг общего центра масс рассматриваемой системы по эллиптическим орбитам. Характерным примером являются пульсары В1620-26 и В1257+12. Для первого надёжно измерены производные частоты по четвертую включительно, а для второго по $\nu^{(3)}$ включительно (Joshi, Rasio, 1997; Rasio, 1994; Thorsett et al., 1993). Если удалённый компаньон пульсара обращается по долгопериодической орбите с периодом, который сильно превышает имеющиеся данные наблюдений, то полностью восстановить параметры орбиты практически невозможно и допустимо лишь наложить некоторые (иногда весьма существенные) ограничения на орбитальные параметры.

3.1.3 Астероидный шум

В настоящее время известно несколько десятков тысяч астероидов (Gil-Hutton, 1997). Основная их часть заключена между орбитами Марса и Юпитера на среднем расстоянии от Солнца 2.8 а.е. Существует несколько десятков относительно крупных астероидов, двигающихся по вытянутым орбитам, которые могут пересекаться с орбитой Земли и, таким образом, оказывать слабое возмущающее действие на движение Земли. Можно считать, что все крупные астероиды (более 50 км в диаметре) уже открыты. Последние выпущенные Лабораторией реактивного движения (JPL) планетные эфемериды DE405/LE405 учитывают возмущающее влияние трёх крупных астероидов Цереры, Паллады и Весты на движение больших планет (Standish et al, 1995) путём явного описания их кеплеровских орбит и уточнения их масс. Влияние других 297 наиболее влиятельных астероидов учитывается путём разделения их на три группы по средней плотности с последующим вычислением их суммарного влияния на Марс, Землю и Луну в течении суток. Это интегральное суточное возмущение затем учитывается при интегрировании уравнений движения планет.

Степень влияния крупных астероидов напрямую зависит от точности определения их масс, которое производится по взаимным возмущениям астероидов друг на друга (Schubart, 1971, 1975) или по возмущениям орбиты Марса (Williams, 1984). Так как массы даже самых больших астероидов на 10 порядков меньше массы Солнца, то точность определения масс при этом невелика и составляет 4 - 20 %. Периодические возмущения орбиты Марса имеют амплитуду 0.8 и 0.2 км от Цереры и Паллады с периодом 10 лет и 5 км от Весты с периодом 52 года. Ещё около 40 астероидов возмущают Марс примерно на 5 м. Понятно, что возмущения орбиты Земли будут меньше, чем в случае Марса, но тем не менее будут составлять не пренебрежимо малую величину. Эти возмущения можно оценить из уравнений Эйлера для оскулирующих элементов. В качестве оскулирующего элемента логично выбрать большую полуось орбиты a

$$\frac{da}{dt} = 2a^2(e \sin v S + pr^{-1}T), \quad (3.10)$$

где S , T - соответственно радиальная и перпендикулярная к плоскости орбиты компонента возмущающего ускорения, каждая из которых пропорциональна $\propto \frac{m_a}{r_{12}^2}$. Здесь m_a - масса астероида, r_{12} - расстояние от астероида до возмущаемой планеты, которое для оценочных расчётов можно положить пропорциональным разности больших полуосей астероида и планеты. При интегрировании в течении малого промежутка времени пропорциональность

от соответствующих элементов сохранится, т.е.

$$\frac{\delta a_z}{\delta a_m} = \left(\frac{a_z}{a_m}\right)^2 \frac{e_z}{e_m} \left(\frac{a_m - a_a}{a_z - a_a}\right)^2 \quad (3.11)$$

- для S -компоненты возмущающего ускорения и

$$\frac{\delta a_z}{\delta a_m} = \left(\frac{a_z}{a_m}\right)^2 \left(\frac{a_m - a_a}{a_z - a_a}\right)^2 \quad (3.12)$$

- для T -компоненты возмущающего ускорения. Более точный анализ включает учёт соотношения орбитальных частот и различных гармоник эллиптического движения, которыми мы пренебрегаем. Подставив орбитальные элементы Земли и Марса в формулы (3.11) и (3.12), получим $\delta a_z \approx 0.04 \delta a_m$, $\delta a_z \approx 0.2 \delta a_m$ для радиальной и перпендикулярной компоненты соответственно. Таким образом, возмущения Земли от Цереры, Паллады и Весты будут соответственно 170 ± 7 м, 40 ± 6 м и 1.0 ± 0.2 км. Неопределённость в последней величине могла бы быть, в принципе, обнаружена, если бы не её долгопериодичность.

Можно оценить неопределённость в положении барицентра Солнечной системы, вызываемое неточностью определения масс трёх самых крупных астероидов. Суммарная неопределённость получается около 30 метров, что в единицах времени составляет порядка 100 нс. Данный эффект пока трудно обнаружим посредством хронометрирования, но в недалёком будущем может оказаться существенным для однозначной интерпретации наблюдений.

Приведённые выше оценки показывают, что возмущения, вызываемые даже крупнейшими астероидами, довольно малы и относительно долгопериодичны, чтобы быть уверенно обнаруженными методом хронометрирования в настоящее время. С другой стороны, остаётся ещё большое число мелких астероидов, которые при кратковременных сближениях с Землей также вызывают отклонения в её движении, что, в свою очередь, приводит к дополнительной зашумлённости МПИ. Расчёт спектра данного шума и его наблюдательный анализ позволит продвинуться вперёд на пути более точного поределения массы невидимого вещества в Солнечной системе.

3.2 Влияние различных типов орбит на остаточные уклонения МПИ пульсаров

В данном параграфе будут рассмотрены влияние сближений пульсара с другими телами и их проявления в структуре остаточных уклонений МПИ. Сближения могут происходить по орбитам трёх типов: гиперболической, параболической и эллиптической. Пролёты по

первым двум типам орбит являются наиболее характерными, например, в шаровых звёздных скоплениях. Эллиптические орбиты могут быть применены для анализа возмущений удалённых невидимых компаньонов пульсара. Так как движение по любому из трёх видов орбит не может быть выражено через элементарные функции времени, то применяются разложения в ряды около момента минимального сближения пролетающего тела с пульсаром, т.е. момента прохождения через перицентр. Таким образом, проекция сдвига пульсара на луч зрения выражается через полиномиальный ряд, что значительно облегчает дальнейшие расчёты. Аналогичная структура ряда используются далее для получения теоретических выражений спектра мощности, вычисляемого на основе остаточных уклонений МПИ. Спектры мощности являются весьма важным источником информации о процессах, происходящих внутри или в окрестностях пульсара, а также в межзвёздной среде. Спектры мощности получены уже для достаточно большого количества пульсаров, и их правильная интерпретация является актуальной физической проблемой современной пульсарной астрометрии.

3.2.1 Гиперболические орбиты

Время прихода T и номер импульса $N(T)$, который также называют фазой пульсара, связаны формулой

$$N(T) = N_0 + \nu T + \dot{\nu} T^2/2 + \ddot{\nu} T^3/6 + \dots, \quad (3.13)$$

где N_0 - произвольная постоянная, ν - вращательная частота пульсара, $\dot{\nu}$, $\ddot{\nu}$ - первая и вторая производная вращательной частоты пульсара, T - собственное время, измеряемое гипотетическими часами на пульсаре, многоточие обозначает возможное присутствие в вращательной частоте производных более высоких порядков, чем второй. В большинстве случаев производные более высоких порядков не требуются. Следует отметить, что у некоторых пульсаров случаются резкие изменения частоты, называемые глитчами, а также случайные изменения частоты, которые не описываются полиномом времени. Время T не является непосредственно измеряемым. По этой причине необходимо найти соотношение, которое связывает номер импульса N и момент прихода этого импульса к наблюдателю. Далее предполагаем, что наблюдатель находится в барицентре Солнечной системы, вследствие чего поправки, связанные с движением наблюдателя, далее не рассматриваются.

Метрика в координатной системе с началом в центре масс системы "пульсар - пролетающее тело" (далее просто "система") описывается формулой

$$ds^2 = -[1 + 2\Phi + O(v^4)]dt^2 + O(v^3)dx^i dt + [1 - 2\Phi + O(v^4)](dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (3.14)$$

Здесь ньютонов потенциал

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = -\frac{M_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1(t)|} - \frac{M_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2(t)|}, \quad (3.15)$$

где индексы 1 и 2 относятся к пульсару и пролетающему мимо него телу соответственно. Используются единицы $c = G = 1$ (c - скорость света, G - гравитационная постоянная), поэтому масса Солнца $M_\odot = 1.477 \text{ км} = 4.925 \cdot 10^{-6} \text{ с}$. В формуле (3.14) символами $O(v^3)$, $O(v^4)$ обозначены степени разложения по $\frac{v}{c}$ более высокого порядка малости, чем $\frac{v^2}{c^2}$.

Выберем полярную систему координат (r, θ, v) , связанную с прямоугольной системой (x, y, z) обычными формулами и с началом координат в барицентре двойной системы. Сориентируем ее так, чтобы экваториальная плоскость полярной системы координат совпадала с плоскостью орбиты, а ось x была направлена в перицентр орбиты. Тогда координаты пульсара и тела

$$\mathbf{r}_1 = (r_1, \pi/2, v), \quad \mathbf{r}_2 = (r_2, \pi/2, v + \pi), \quad (3.16)$$

где v - истинная аномалия, r_1, r_2 описывают с точностью до первого приближения гиперболы с фокусом в центре масс системы

$$r_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} r, \quad r_2 = \frac{M_1}{M_1 + M_2} r, \quad r = \frac{a(e^2 - 1)}{1 + e \cos v} \quad (3.17)$$

здесь a - большая полуось относительной орбиты, e - эксцентриситет орбиты.

Собственное время T связано с координатным временем t выражением, полученным из метрики (3.14):

$$(dT)^2 = -ds^2 = dt^2[1 + 2\Phi - v^2 + O(v^4)], \quad (3.18)$$

или в форме дифференциального уравнения времени:

$$\frac{dT}{dt} = 1 + \Phi(\mathbf{r}_1) - \frac{1}{2}v_1^2 + O(v^4) \quad (3.19)$$

Потенциал $\Phi(\mathbf{r}_1)$ может быть разложен в ряд и представлен следующим образом

$$\Phi(\mathbf{r}_1) = \frac{-M_1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_1|} + \frac{-M_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} = \text{const} - \frac{M_2}{r}. \quad (3.20)$$

Постоянную часть потенциала, обозначенную const , в дальнейших выкладках опустим, так как она приводит лишь к линейному ходу шкал времени T и t друг относительно друга. Этот ход может быть удален переопределением единицы времени. Далее имеем

$$v_1^2 = \frac{M_2^2}{M_1 + M_2} \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right), \quad (3.21)$$

откуда получаем, опуская постоянные члены

$$\frac{dT}{dt} = 1 - \frac{M_2}{r} - \frac{M_2^2}{M_1 + M_2} \frac{1}{r} \quad (3.22)$$

Для того чтобы проинтегрировать уравнение (3.22), удобно ввести новую переменную H - аналог эксцентрической аномалии в случае эллиптического движения. Переменная H связана с координатным временем t уравнением

$$t - t_{\Pi} = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{M}} (e \operatorname{sh} H - H), \quad (3.23)$$

где t_{Π} - момент прохождения перицентра или момент максимального сближения тел, $M = M_1 + M_2$.

Продифференцируем уравнение (3.23), используя соотношения

$$r = a(e \operatorname{ch} H - 1), \quad dt = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{M}} (e \operatorname{ch} H - 1) dH = \sqrt{\frac{a}{M}} r dH. \quad (3.24)$$

Интегрируем уравнение (3.22)

$$\begin{aligned} \int dT &= \int \left(1 - \frac{M_2}{r} - \frac{M_2^2}{M_1 + M_2} \frac{1}{r} \right) dt = \\ &= \int \left[1 - \left(M_2 + \frac{M_2^2}{M_1 + M_2} \right) \frac{1}{r} \right] dt = \\ &= \int dt - \int \sqrt{\frac{a}{M}} \left(M_2 + \frac{M_2^2}{M_1 + M_2} \right) dH = \\ &= t_{em} - \sqrt{\frac{a}{M}} \left(M_2 + \frac{M_2^2}{M_1 + M_2} \right) H. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Подставим в уравнение (3.25) выражение, следующее из (3.24)

$$\sqrt{\frac{a}{M}} H = \sqrt{\frac{a}{M}} e \operatorname{sh} H - \frac{t}{a}, \quad (3.26)$$

опуская постоянные слагаемые и мультипликативные константы

$$t_{em} - \sqrt{\frac{a}{M}} \frac{M_1 M_2 + 2M_2^2}{M_1 + M_2} e \operatorname{sh} H = T \quad (3.27)$$

или

$$T = t_{em} - \gamma \operatorname{sh} H, \quad (3.28)$$

где постоянная величина

$$\gamma = \sqrt{\frac{a}{M}} \frac{M_1 M_2 + 2M_2^2}{M_1 + M_2} e \quad (3.29)$$

Далее рассмотрим распространение импульса от пульсара в барицентр Солнечной системы. Время прихода N -го импульса определяется формулой

$$t = t_{em} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_1(t_{em}) + 2M_2 \ln \left[\frac{2r_b}{r_1(t_{em}) + \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_1(t_{em})} \right]. \quad (3.30)$$

Здесь \mathbf{n} - единичный вектор, направленный от барицентра двойной системы к барицентру Солнечной системы, \mathbf{r}_1 - радиус-вектор пульсара, r_b - медленно меняющееся со временем координатное расстояние от пульсара до наблюдателя, которое в дальнейшем не будет входить в конечную формулу, t_{em} - время излучения, которое определяется формулой (3.28). Член $\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_1$ представляет интегральный эффект Доплера и может быть выражен через орбитальные элементы

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_1(t_{em}) = -r_1 \sin i \sin(\omega + v), \quad (3.31)$$

где i - наклон плоскости орбиты к плоскости неба, ω - долгота перицентра. Последний член в уравнении (3.30), содержащий логарифм, может быть преобразован следующим образом

$$\ln \frac{2r_b}{r_1 + \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_1} = -\ln r_1(1 - \sin i \sin(\omega + v)) = \ln \frac{1 + e \cos v}{1 - \sin i \sin(\omega + v)}. \quad (3.32)$$

В уравнении (3.32) оставлена только переменная часть, а постоянная часть $\ln r_1$ и член $\ln 2r_b$ опущены, т. к. величина r_b меняется достаточно медленно, что ведет к простому переопределению постоянной N_0 и коэффициентов полинома времени в уравнении (3.13).

С учётом вышеуказанных преобразований уравнение (3.30) преобразуется к виду

$$t_{em} = t - r_1 \sin i \sin(\omega + v) - 2M_2 \ln \frac{1 + e \cos v}{1 - \sin i \sin(\omega + v)}. \quad (3.33)$$

Собственное время T после подстановки (3.28) в (3.30) находится по формуле

$$T = t - r_1 \sin i \sin(\omega + v) - 2M_2 \ln \frac{1 + e \cos v}{1 - \sin i \sin(\omega + v)} - \gamma \operatorname{sh} H \quad (3.34)$$

Далее выразим все функции, содержащие v , через функции H (Субботин, 1968):

$$\cos v = \frac{e - \operatorname{ch} H}{e \operatorname{ch} H - 1}, \quad \sin v = \frac{\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H}{e \operatorname{ch} H - 1}, \quad (3.35)$$

$$\sin(\omega + v) = \sin v \cos \omega + \cos v \sin \omega = \frac{\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H}{e \operatorname{ch} H - 1} \cos \omega + \frac{e - \operatorname{ch} H}{e \operatorname{ch} H - 1} \sin \omega, \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} r_1 \sin i \sin(\omega + v) &= a_1 \sin i \sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H \cos \omega + a_1 \sin i (e - \operatorname{ch} H) \sin \omega \\ &= \alpha (e - \operatorname{ch} H) + \beta \operatorname{sh} H, \end{aligned} \quad (3.37)$$

где постоянные $\alpha = a_1 \sin i \sin \omega$, $\beta = a_1 \sin i \sqrt{e^2 - 1} \cos \omega$, $a_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} a$. Помимо этого, имеем

$$\frac{1 + e \cos v}{1 - \sin i \sin(\omega + v)} = \frac{e^2 - 1}{e \operatorname{ch} H - 1 - [\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H \cos \omega + (e - \operatorname{ch} H) \sin \omega] \sin i}. \quad (3.38)$$

С учетом уравнений (3.35), (3.36), (3.37), (3.38) формула (3.34) преобразуется к виду

$$T = t - \alpha(e - \operatorname{ch} H) - (\beta + \gamma) \operatorname{sh} H + 2M_2 \ln[e \operatorname{ch} H - 1 - \sin i(\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H \cos \omega + (e - \operatorname{ch} H) \sin \omega)]. \quad (3.39)$$

В формуле (3.39) величина $H = H(t_{em})$. Так как мы имеем дело с координатным временем t , а не с временем излучения t_{em} , которое зависит от положения пульсара на орбите, то необходимо выразить все величины через время t . Для этого воспользуемся разложением первого порядка функций $\operatorname{ch} H(t_{em})$ и $\operatorname{sh} H(t_{em})$ около момента t :

$$\operatorname{ch} H(t_{em}) = \operatorname{ch} H(t) + \operatorname{sh} H(t)(H(t_{em}) - H(t)). \quad (3.40)$$

Из уравнения (3.24) и (3.30) следует, что с точностью достаточной для наблюдений

$$H(t_{em}) - H(t) = \frac{M_2}{\sqrt{Ma}} \frac{1}{r} (t_{em} - t) = -\frac{M_2}{\sqrt{Ma}} \sin i \sin(\omega + v). \quad (3.41)$$

Таким образом, получаем из (3.41)

$$\operatorname{ch} H_{em} = \operatorname{ch} H - \frac{M_2}{\sqrt{Ma}} \sin i \sin(\omega + v) \operatorname{sh} H. \quad (3.42)$$

Аналогично

$$\operatorname{sh} H_{em} = \operatorname{sh} H - \frac{M_2}{\sqrt{Ma}} \sin i \sin(\omega + v) \operatorname{ch} H. \quad (3.43)$$

С учетом выражений для $\operatorname{ch} H_{em}$ и $\operatorname{sh} H_{em}$ уравнение (3.39) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} T = t - \alpha(e - \operatorname{ch} H) - (\beta + \gamma) \operatorname{sh} H + \\ 2M_2 \ln[e \operatorname{ch} H - 1 - \sin i(\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H \cos \omega + (e - \operatorname{ch} H) \sin \omega)] - \\ (\alpha \operatorname{sh} H - (\beta + \gamma) \operatorname{ch} H) \frac{M_2}{\sqrt{Ma}} \sin i \sin(\omega + v) = \\ t - \alpha(e - \operatorname{ch} H) - (\beta + \gamma) \operatorname{sh} H + \\ 2M_2 \ln[e \operatorname{ch} H - 1 - \sin i(\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H \cos \omega + (e - \operatorname{ch} H) \sin \omega)] - \\ \frac{M_2}{\sqrt{Ma}} \sin i (\alpha \operatorname{sh} H - (\beta + \gamma) \operatorname{ch} H) \cdot \left[\frac{\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H}{e \operatorname{ch} H - 1} \cos \omega + \frac{e - \operatorname{ch} H}{e \operatorname{ch} H - 1} \sin \omega \right]. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Окончательно имеем

$$\begin{aligned} T = t - \alpha(e - \operatorname{ch} H) - (\beta + \gamma) \operatorname{sh} H + \\ 2M_2 \ln[e \operatorname{ch} H - 1 - \sin i(\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H \cos \omega + (e - \operatorname{ch} H) \sin \omega)] - \\ \frac{M_2}{\sqrt{Ma^3}} (\alpha \operatorname{sh} H - (\beta + \gamma) \operatorname{ch} H) \frac{\alpha(e - \operatorname{ch} H) + \beta \operatorname{sh} H}{e \operatorname{ch} H - 1}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Уравнение (3.45) является искомым. Оно после подстановки в уравнение (3.13) решает задачу отыскания зависимости $N = N(t)$.

3.2.2 Параболические орбиты

Формула, которая связывает истинную аномалию v и время t (так называемое уравнение Баркера (Гурздян, 1992))

$$\frac{1}{\sqrt{2q^3}}(t - T_0) = \operatorname{tg} \frac{v}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{v}{2}, \quad (3.46)$$

где q - расстояние до перицентра, T_0 - момент прохождения перицентра. Дальнейшие вычисления аналогичны уже проделанным для гиперболической орбиты. Приведём несколько промежуточных формул, используемых для вывода окончательной формулы.

$$dv = \frac{\sqrt{2qM}}{r^2} dt, \quad (3.47)$$

$$T = t - \gamma \operatorname{tg} \frac{v}{2} \quad (3.48)$$

$$\gamma = M_2 \left(1 + \frac{M_2}{M}\right) \sqrt{\frac{2q}{M}}, \quad (3.49)$$

$$v(t_{em}) - v(t) = -\frac{M_2}{\sqrt{2qM}} \sin i \sin(\omega + v)(1 + \cos v). \quad (3.50)$$

Окончательная формула

$$T = t - \alpha(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}) - (\beta + \gamma) \operatorname{tg} \frac{v}{2} + 2M_2 \ln \left[1 - \frac{1}{2}(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2})(1 + \sin i \sin \omega) - \sin i \cos \omega \operatorname{tg} \frac{v}{2}\right] - \quad (3.51)$$

$$\frac{M_2 \sin i \sin(\omega + v)}{\sqrt{2qM}} (2\alpha \operatorname{tg} \frac{v}{2} - (\beta + \gamma)),$$

$$\alpha = q \sin i \sin \omega, \quad \beta = q \sin i \cos \omega. \quad (3.52)$$

3.2.3 Эллиптические орбиты

Эллиптические орбиты уже рассматривались в ряде хорошо известных работ. Среди них можно назвать работы (Blandford, Teukolsky, 1976), (Hougan, 1985), (Damour, Deruelle, 1986). Можно поэтому не повторять вывод формулы, которая связывает координатное и собственное время на эллиптической орбите. Однако, для полноты картины в данной работе можно записать соответствующую формулу без промежуточных выкладок.

$$T = t - \alpha(\cos E - e) - (\beta + \gamma) \sin E$$

$$2M_2 \ln[1 - e \cos E - \sin i(\sqrt{1 - e^2} \sin E \cos \omega + (e - \cos E) \sin \omega)] - \quad (3.53)$$

$$\frac{M_2}{\sqrt{aM}} (\alpha \sin E - (\beta + \gamma) \cos E) \frac{\alpha(\cos E - e) + \beta \sin E}{1 - e \cos E},$$

где E - эксцентрическая аномалия, $\alpha = a_1 \sin i \sin \omega$, $\beta = a_1 \sqrt{1 - e^2} \sin i \cos \omega$

3.2.4 Анализ формулы связи пульсарного и барицентрического времени

В данном параграфе будет активно использоваться величина $\Delta = T - t$, использование которой позволяет представить уравнение (3.45) в виде:

$$\begin{aligned} \Delta = & -\alpha(e - \operatorname{ch} H) - (\beta + \gamma) \operatorname{sh} H + \\ & 2M_2 \ln[e \operatorname{ch} H - 1 - \sin i(\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} H \cos \omega + (e - \operatorname{ch} H) \sin \omega)] - \\ & \frac{M_2}{\sqrt{Ma^3}}(\alpha \operatorname{sh} H - (\beta + \gamma) \operatorname{ch} H) \frac{\alpha(e - \operatorname{ch} H) + \beta \operatorname{sh} H}{e \operatorname{ch} H - 1}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Первое и второе слагаемые в правой части формулы (3.54) описывают геометрическую задержку во времени распространения сигнала от пульсара до барицентра пары пульсар - пролетающее тело и являются аналогом поправки Ремера; третье слагаемое, содержащее логарифм, есть поправка Шапиро, возникающая из-за распространения света в гравитационном поле пролетающего тела, четвертое слагаемое имеет смысл поправки к первому и второму слагаемым, позволяющее считать величину H как функцию координатного барицентрического времени $H(t)$.

Остаточные уклонения МПИ пульсара получаются путем вычитания вычисленных теоретически значений МПИ из полученных экспериментально. В случае, когда наблюдатель, как уже предполагалось ранее, находится в барицентре Солнечной системы, теоретическая зависимость МПИ от времени t сводится к полиному времени. Чтобы описать движение пульсара по гиперболической траектории полинома времени недостаточно. По этой причине остаточные уклонения МПИ могут иметь достаточно сложную форму.

Амплитуда остаточных уклонений при пролете тела около пульсара зависит от массы данного тела и прицельного расстояния. Эта амплитуда легко может быть оценена с помощью формул (3.17) и (3.31):

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_1 = -r_1 \sin i \sin(\omega + v) = -\frac{M_2}{M_1 + M_2} \frac{b\sqrt{e^2 - 1} \sin i \sin(\omega + v)}{1 + e \cos v}, \quad (3.55)$$

т. е. в первом приближении $\Delta \sim \frac{M_2}{M} b \sin i$, где b - прицельное расстояние, M_2 - масса пролетающего тела. Напомним, что для гиперболы справедливо равенство $b = a\sqrt{e^2 - 1}$. Зависимость амплитуды от массы и прицельного расстояния показана на рис.3.1.

Форма кривой остаточных уклонений зависит в первую очередь от ориентации орбиты в пространстве, а также от начальной скорости движения пролетающего тела относительно пульсара. Рисунок 3.2 показывает пример того, какой может быть форма остаточных уклонений для фиксированного угла наклона i и долготы перицентра ω . Для построения

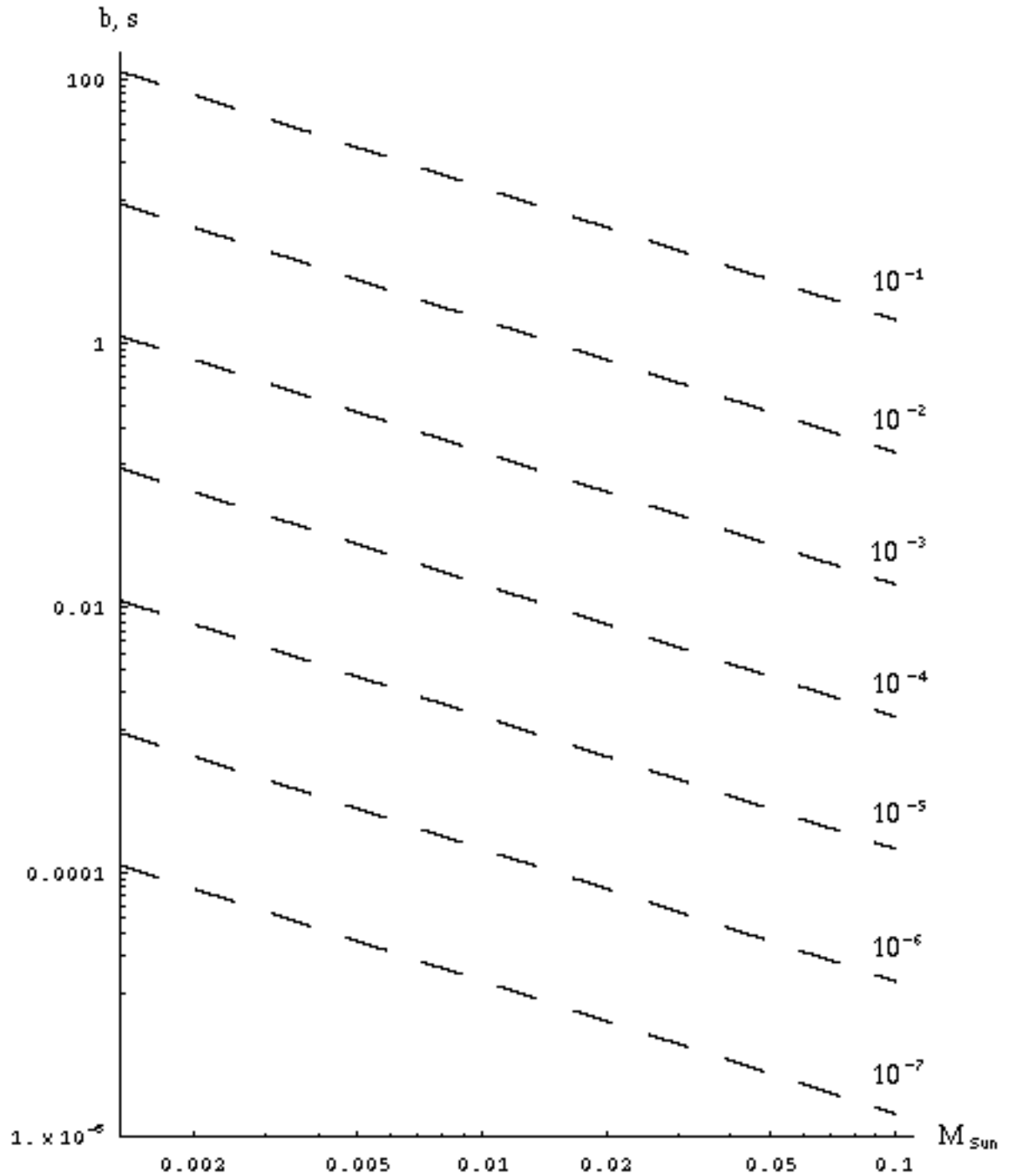


Рис. 3.1: Зависимость амплитуды остаточных уклонений МПИ пульсара от массы пролетающего мимо пульсара тела M и прицельного расстояния b , на котором это тело пролетает мимо пульсара. Пунктирные линии показывают какие комбинации M и b необходимы для достижения определённой величины остаточных уклонений, выраженной в секундах.

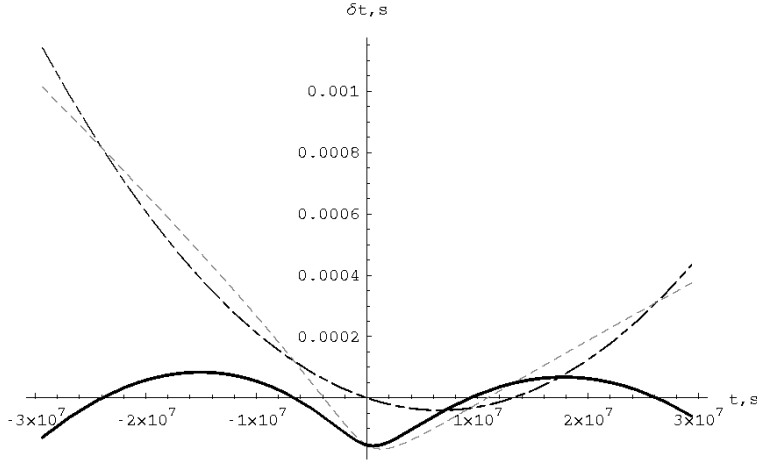


Рис. 3.2: Зависимость формы кривой остаточных уклонений МПИ пульсара от времени при определённой ориентации орбиты относительно наблюдателя. Фиксированы параметры орбиты $b = 1000$ свет. сек., $e = 1.001$, $i = \pi/4$, массы пульсара $M_1 = 2M_\odot$ и тела $M_2 = 10^{-6}M_\odot$, вращательная частота пульсара $\nu = 1$ Гц и производные частоты $\dot{\nu} = \ddot{\nu} = 0$. Пунктирная линия показывает зависимость (4.54). Штрих-пунктирная линия показывает квадратичный полином времени, вписанный в кривую (4.54) методом наименьших квадратов. Остаточные уклонения, показанные сплошной кривой, есть разность кривой (4.54) и квадратичного полинома. По оси абсцисс отложено время в секундах, отсчитываемое от момента наибольшего сближения пульсара и возмущающего тела. По оси ординат отложена величина остаточных уклонений в секундах.

данного рисунка достаточно использовать только первые два члена уравнения (3.54), т. к. они на несколько порядков превосходят остальные. На рис. 3.2 штриховой линией показана зависимость (3.54), штрих-пунктирной линией показан квадратичный полином времени, вписанный в кривую (3.54) методом наименьших квадратов и, наконец, сплошной линией показаны остаточные уклонения как разность штриховой линии и штрих-пунктирной. Для сравнения на рисунке 3.3 показан вклад эффекта Шапиро при разных углах наклона орбиты i и различных долготах перицентра ω . Величина этого эффекта определяется в первую очередь коэффициентом M_2 при логарифме, величиной достаточно малой по сравнению с геометрическим сдвигом $\sim \frac{M_2}{M} b \sin i$. Вклад эффекта Шапиро в остаточные уклонения МПИ пульсаров был уже исследован в работах (Sazhin, Safonova, 1993), (Hosokawa, 1993), (Дорошенко, Ларченкова, 1994) поэтому далее он не исследуется.

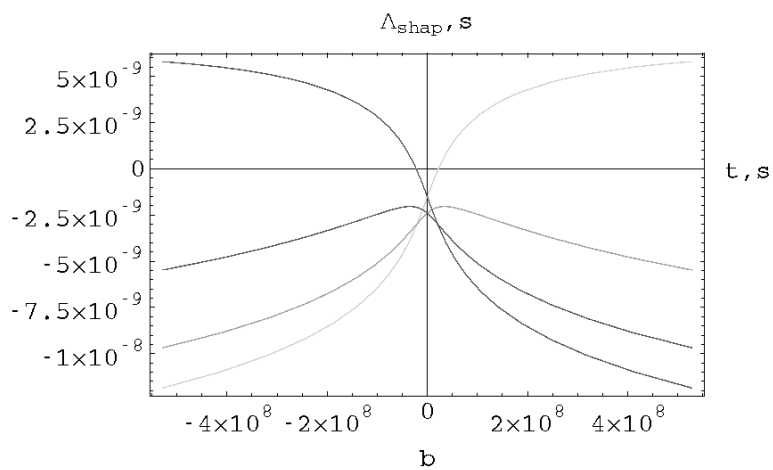
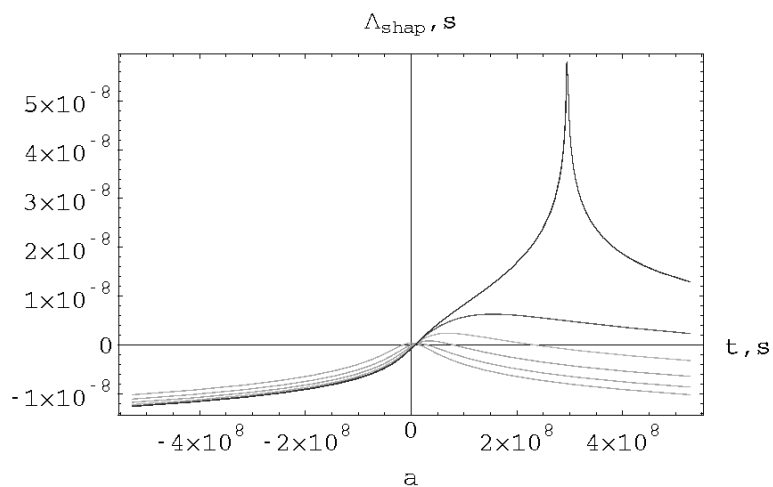


Рис. 3.3: Эффект Шапиро как функция времени при разных углах наклона орбиты i и разной долготе периастра ω . Фиксированы параметры $M_1 = 1.7M_\odot$, $M_2 = 0.00043M_\odot$, $b = 10$ а.е., $\omega = -\pi/10$. а) Наклон i принимает значения 0° (чёрная кривая), 18° , 36° , 54° , 72° , 90° (светло-серая кривая). б) Эффект Шапиро как функция времени при разной долготе периастра ω и угле наклона $i = 89^\circ$. Долгота периастра принимает значения -0.8π (тёмно - серая кривая), -0.6π , -0.4π , -0.2π (светло-серая кривая).

На рисунке 3.4 показано поведение производной $z = \frac{d(T-t)}{dt}$ как функции времени при разных углах ω . Величина z определяется по формуле

$$z = \frac{d(T-t)}{dt} = \sqrt{\frac{M}{a^3}} \frac{\alpha \operatorname{sh} H - (\beta + \gamma) \operatorname{ch} H}{e \operatorname{ch} H - 1}. \quad (3.56)$$

Величина $(1+z)\nu$ дает наблюдаемую частоту пульсара. Из рисунка 3.4 видно, что наблюдаемое значение частоты пульсара асимптотически стремится к постоянной величине при $t \rightarrow \pm\infty$. При $\omega = 0$ частота пульсара возвращается к той же величине, которая была до пролёта. Это означает, что направление движения пульсара хоть и изменилось, но лучевая скорость пульсара вернулась к прежнему значению. При $\omega = \pi/2$ изменение частоты в результате пролёта достигает максимального значения. Можно вычислить это изменение по формуле

$$\begin{aligned} \Delta z &= \lim_{t \rightarrow \infty} z - \lim_{t \rightarrow -\infty} z = \sqrt{\frac{M}{a^3}} \frac{\alpha - (\beta + \gamma)}{e} - \left(-\sqrt{\frac{M}{a^3}} \frac{\alpha + (\beta + \gamma)}{e} \right) = \\ &= \sqrt{\frac{M}{a^3}} \frac{2\alpha}{e} = \frac{2M_2 \sin i \sin \omega}{e\sqrt{aM}}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Также можно вычислить величину $\zeta = \frac{\lim_{t \rightarrow \infty} z}{\lim_{t \rightarrow -\infty} z}$:

$$\zeta = -\frac{\alpha - (\beta + \gamma)}{\alpha + (\beta + \gamma)} \quad (3.58)$$

В случае, если мы пренебрежем релятивистским параметром γ , который не играет существенной роли в настоящих расчётах, то последнее выражение сведется к формуле

$$\zeta|_{\gamma=0} = -\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} = -\frac{\operatorname{tg} \omega - \sqrt{e^2 - 1}}{\operatorname{tg} \omega + \sqrt{e^2 - 1}} \quad (3.59)$$

К сожалению, на практике величину ζ определить нельзя, т.к. для этого необходимо знать истинную частоту пульсара, не искажённую доплеровским сдвигом. Поэтому формула (3.59) представляет исключительно теоретический интерес.

Вторая производная величины $\Delta = T - t$ имеет вид:

$$\frac{d^2(T-t)}{dt^2} = \frac{M}{a^3} \left[\frac{\alpha \operatorname{ch} H - (\beta + \gamma) \operatorname{sh} H}{(e \operatorname{ch} H - 1)^2} - \frac{e \operatorname{sh} H (\alpha \operatorname{sh} H - (\beta + \gamma) \operatorname{ch} H)}{(e \operatorname{ch} H - 1)^3} \right] \quad (3.60)$$

Возможно привести выражения и для производных доплер-фактора более высокого порядка, но ввиду их громоздкости мы этого делать не будем, а приведём только графики их поведения в зависимости от времени t при разных долготах перицентра ω .

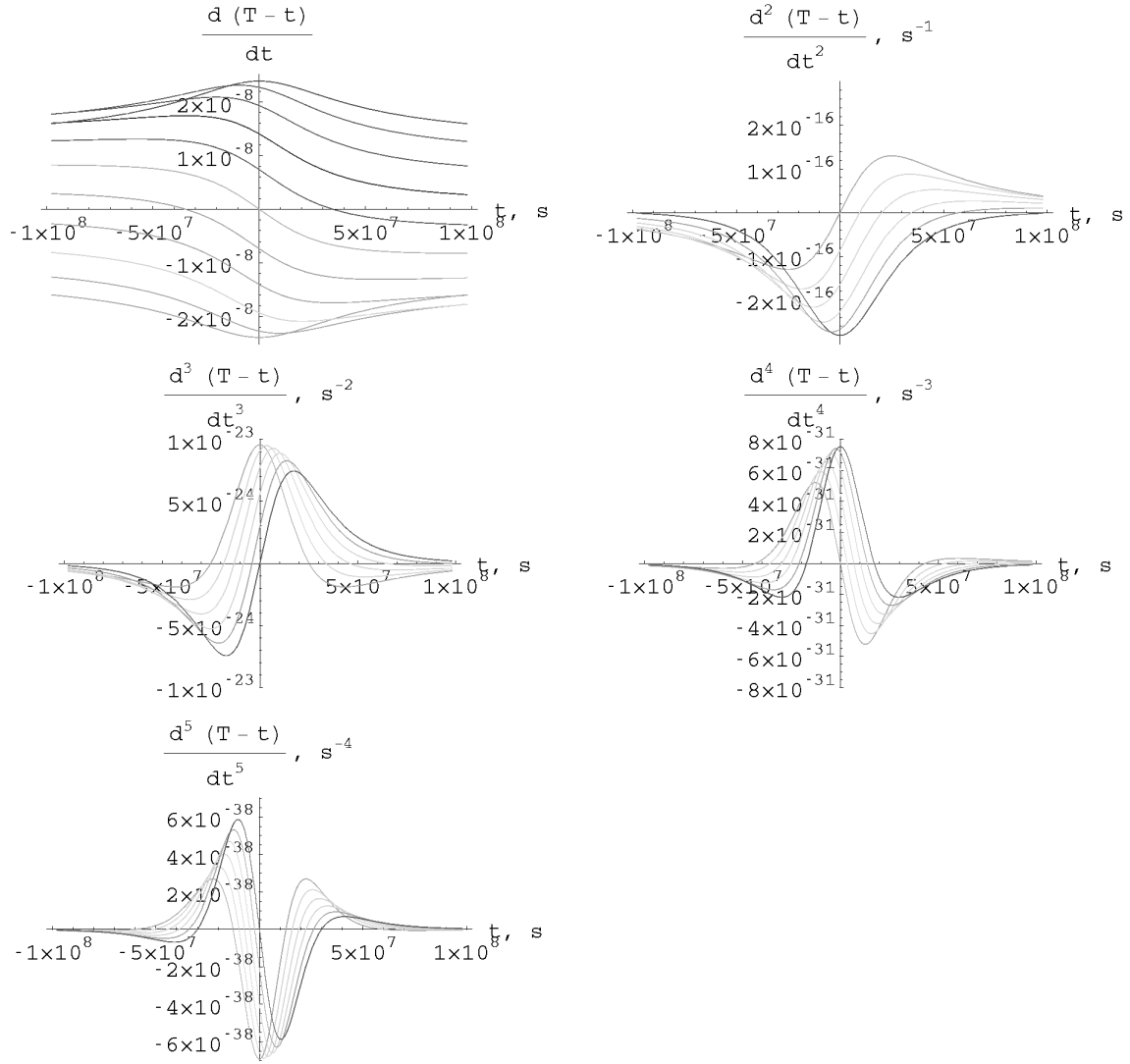


Рис. 3.4: Поведение доплер-фактора и его производных в случае гиперболической орбиты. Использованы следующие орбитальные параметры: $M_1 = 1.7M_\odot$, $M_2 = 0.00043M_\odot$, $b = 10$ а.е., $e = 1.9$, $i = -\pi/2$, ω принимает значения от $-\pi$ (тёмно-серая кривая) до 0 (светло-серая кривая) на графике $\frac{d(T-t)}{dt}$ и от $-\pi/2$ (тёмно-серая кривая) до 0 (светло-серая кривая) на остальных графиках. На всех графиках время t в секундах отсчитывается от момента наибольшего сближения пульсара и возмущающего тела.

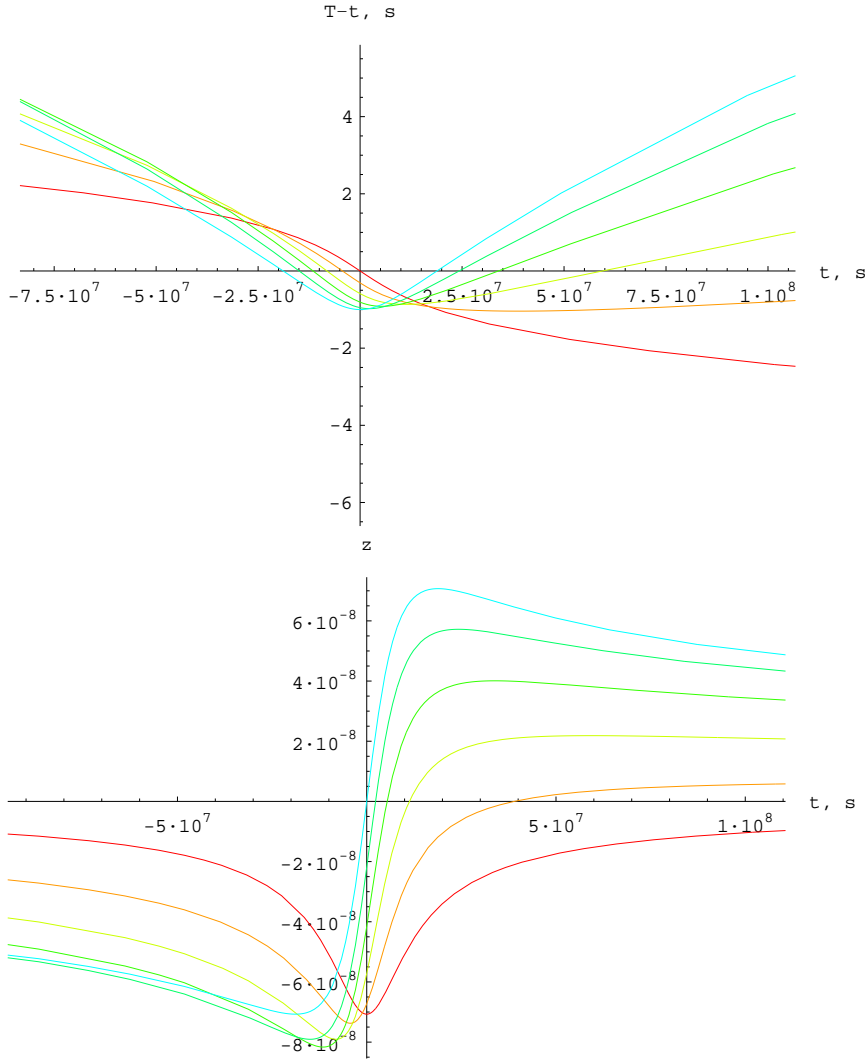


Рис. 3.5: Поведение величины $T - t$ (верхний график) и доплер-фактора z (нижний график) в случае параболической орбиты. Параметр орбиты $q = 2$ а.е., $M_1 = 2M_\odot$, $M_2 = 0.002M_\odot$. Долгота перицентра ω меняется от 0 (тёмно-серая кривая) до $\pi/2$. По оси абсцисс отложено время в секундах от момента наибольшего сближения пульсара и возмущающего тела.

В случае, если тело и пульсар пролетают по параболической орбите, то наблюдаемая частота пульсара будет вести себя примерно также, как и в случае гиперболической орбиты, с той лишь разницей, что при любой ориентации орбиты частота после пролёта будет возвращаться к прежнему значению. Математически это выражается следующим образом

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} z = \lim_{t \rightarrow \pm\infty} \frac{d(T - t)}{dt} = 0 \quad (3.61)$$

Поведение величин $T - t$ и z как функций времени при разных углах ω показано на рисунке 3.5.

Для численного определения орбитальных параметров можно использовать дополнительную информацию. В качестве таковой, например, можно использовать положения экс-

тремумов величины z , которые легко измеряются. Для выражения данных экстремумов через орбитальные элементы разложим величину геометрического сдвига пульсара в ряд относительно момента прохождения пульсара через перицентр:

$$\begin{aligned} \Delta_R(H) &= -\alpha(e - \operatorname{ch} H) - \beta \operatorname{sh} H = \\ &= -\alpha(e - 1) - \beta H + \frac{\alpha}{2!}H^2 - \frac{\beta}{3!}H^3 + \frac{\alpha}{4!}H^4 - \frac{\beta}{5!}H^5 + \frac{\alpha}{6!}H^6 - \frac{\beta}{7!}H^7 + O^8(H) \end{aligned} \quad (3.62)$$

Функция $H = H(t)$ раскладывается по степеням времени следующим образом

$$H(t) = \frac{t}{\kappa(e-1)} - \frac{et^3}{3!\kappa(e-1)^4} + \frac{e(1+9e)t^5}{5!\kappa^5(e-1)^7} - \frac{(1+9e(6+25e))t^7}{7!\kappa^7(e-1)^{10}} + O^8(t) \quad (3.63)$$

Подставляя один ряд в другой, получаем

$$\begin{aligned} T - t &= -\alpha(e-1) - \frac{\beta}{\kappa(e-1)}t + \frac{\alpha}{2!\kappa^2(e-1)^2}t^2 + \frac{\beta}{3!\kappa^3(e-1)^4}t^3 - \frac{\alpha(1+3e)}{4!\kappa^4(e-1)^5}t^4 \\ &= -\frac{\beta(1+9e)}{5!\kappa^5(e-1)^7}t^5 + \frac{\alpha(1+24e+45e^2)}{6!\kappa^6(e-1)^8}t^6 + \frac{\beta(1+54e+225e^2)}{7!\kappa^7(e-1)^{10}}t^7 + O^8(t), \end{aligned} \quad (3.64)$$

где мы ограничились 7-й степенью времени. Напомним, что в последних трёх формулах $\alpha = a_1 \sin i \sin \omega$, $\beta = a_1 \sqrt{e^2 - 1} \sin i \cos \omega$, $\kappa = \sqrt{\frac{a^3}{M_1 + M_2}}$.

Выпишем теперь разложения для параболической орбиты:

$$\begin{aligned} \Delta_R(v) &= -\alpha(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}) - \beta \operatorname{tg} \frac{v}{2} = \\ &= -\alpha - \frac{\beta}{2}v + \frac{\alpha}{4}v^2 - \frac{\beta}{24}v^3 + \frac{\alpha}{24}v^4 - \frac{\beta}{240}v^5 + \frac{17\alpha}{2880}v^6 - \frac{17\beta}{40320}v^7 + O^8(v), \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$v(t) = \frac{2}{\kappa}t - \frac{4}{3\kappa^3}t^3 + \frac{26}{15\kappa^5}t^5 - \frac{172}{63\kappa^7}t^7 + O^8(t), \quad (3.66)$$

$$\Delta_R(t) = -\alpha - \frac{\beta}{\kappa}t + \frac{\alpha}{\kappa^2}t^2 - \frac{\beta}{3\kappa^3}t^3 - \frac{2\alpha}{3\kappa^4}t^4 - \frac{\beta}{3\kappa^5}t^5 + \frac{7\alpha}{9\kappa^6}t^6 + \frac{4\beta}{9\kappa^7}t^7 + O^8(t). \quad (3.67)$$

Здесь $\alpha = q_1 \sin i \sin \omega$, $\beta = q_1 \sin i \cos \omega$, $\kappa = \sqrt{\frac{q^3}{M_1 + M_2}}$, $q_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2}q$.

Для полноты картины приведём также разложения для эллиптической орбиты:

$$\begin{aligned} \Delta_R(E) &= -\alpha(\cos E - e) - \beta \sin E = \\ &= -\alpha(1 - e) - \beta E + \frac{\alpha}{2!}E^2 + \frac{\beta}{3!}E^3 - \frac{\alpha}{4!}E^4 - \frac{\beta}{5!}E^5 + \frac{\alpha}{6!}E^6 + \frac{\beta}{7!}E^7 + O^8(E), \end{aligned} \quad (3.68)$$

$$E(t) = -\frac{t}{\kappa(1-e)} + \frac{et^3}{3!\kappa^3(1-e)^4} + \frac{e(1+9e)t^5}{5!\kappa^5(1-e)^7} + \frac{e(1+9e(6+25e))t^7}{7!\kappa^7(1-e)^{10}} + O^8(t), \quad (3.69)$$

$$\Delta_R(t) = -\alpha(1-e) + \frac{\beta}{\kappa(1-e)}t + \frac{\alpha}{2!\kappa^2(1-e)^2}t^2 - \frac{\beta}{3!(1-e)^4\kappa^3}t^3 - \frac{\alpha(1+3e)}{4!\kappa^4(1-e)^5}t^4 + \frac{\beta(1+9e)}{5!(1-e)^7\kappa^5}t^5 + \frac{\alpha(1+24e+45e^2)}{6!\kappa^6(1-e)^8}t^6 - \frac{\beta(1+54e+225)}{7!(1-e)^{10}\kappa^7}t^7 + O^8(t). \quad (3.70)$$

Здесь параметры $\alpha = a_1 \sin i \sin \omega$, $\beta = a_1 \sqrt{1-e^2} \sin i \cos \omega$, $\kappa = \sqrt{\frac{a^3}{M_1+M_2}}$.

Для нахождения экстремумов величины z надо решить уравнение $\frac{d^2\Delta_R}{dt^2} = 0$. Так как экстремумов в общем случае два (это видно из рисунка 3.4), то достаточно оставить в разложении $\Delta_R(t)$ члены 4-й степени времени t , а остальными можно пренебречь. Тогда в результате дифференцирования получится квадратное уравнение, которое и даст два *приближенных* решения. Для гиперболической орбиты искомое уравнение

$$\frac{\alpha(1+3e)}{\kappa^2(e-1)^3}t^2 - \frac{2\beta}{\kappa(e-1)^2}t - 2\alpha = 0 \quad (3.71)$$

имеет решение

$$t_{1,2} = \frac{(e-1)(\beta \pm \sqrt{(6e^2-4e-2)\alpha^2 + \beta^2})}{\alpha(1+3e)}\kappa. \quad (3.72)$$

Для параболической орбиты аналогичное по смыслу уравнение

$$\alpha + \frac{\beta}{\kappa}t - \frac{4\alpha}{\kappa^2}t^2 = 0 \quad (3.73)$$

имеет решение

$$t_{1,2} = \frac{\beta \pm \sqrt{16\alpha^2 + \beta^2}}{8\alpha}\kappa. \quad (3.74)$$

Моменты t_1 и t_2 легко определяются из наблюдательных данных, поэтому уравнения (3.72) и (3.74) наряду с другими уравнениями (которые будут выведены ниже) могут использоваться для нахождения численных значений орбитальных параметров пульсара.

Дополнительная информация для нахождения орбитальных параметров возникает, если привлечь производные частоты вращения пульсара более высоких порядков (например, выше 3-го). Такой метод был предложен в работах (Thorsett et al, 1993, Rasio, 1994, Rasio et al. 1995) и применён в работах (Joshi & Rasio, 1997; Родин, 1999; Rodin, 1999b). Опишем данный метод более подробно.

Рассмотрим фазу пульсара

$$N(T) = \nu T + \frac{1}{2}\dot{\nu}T^2 \quad (3.75)$$

которую будем отсчитывать от момента прохождения перигентра. Это не уменьшает общности рассуждений, зато значительно упрощает расчёты. Пульсарное время T связано с

t	c_i
1	$-c_0 + \frac{1}{2}\dot{\nu}c_0$
t	$(\nu - \dot{\nu}c_0)(1 - c_1)$
t^2	$-\nu c_2 + \frac{\dot{\nu}}{2}((c_1 - 1)^2 + 2c_0c_1)$
t^3	$-\nu c_3 + \dot{\nu}((c_1 - 1)c_2 + c_0c_3)$
t^4	$-\nu c_4 + \frac{\dot{\nu}}{2}(c_2^2 + 2(c_1 - 1)c_3 + 2c_0c_4)$
t^5	$-\nu c_5 + \dot{\nu}(c_2c_3 + (c_1 - 1)c_4 + c_0c_5)$
t^6	$-\nu c_6 + \frac{\dot{\nu}}{2}(c_3^2 + 2(c_2c_4 + (c_1 - 1)c_5 + c_0c_6))$
t^7	$-\nu c_7 + \dot{\nu}(c_3c_4 + c_2c_5 + (c_1 - 1)c_6 + c_0c_7)$

Таблица 3.1: Коэффициенты разложения фазы пульсара по степеням времени.

барицентрическим временем t следующей формулой

$$T = t - \Delta, \quad (3.76)$$

Не теряя значительно точности рассуждений заменим для простоты Δ на Δ_R и разложим Δ_R в ряд по степеням времени около момента прохождения перицентра

$$\Delta_R = \sum_{i=0}^n c_i t^i \quad (3.77)$$

Подставим разложение (3.77) в выражение для фазы пульсара (3.75) и сгруппируем коэффициенты при одинаковых степенях t . В результате получим ряд по степеням времени, коэффициенты которого представлены в таблице 3.1. Подстановка вместо коэффициентов c_i их численных значений показывает, что в подавляющем числе случаев можно пренебречь членами с множителем $\dot{\nu}$, кроме множителя при t^2 , где $\dot{\nu}$ сравним с величиной $\alpha\nu/\kappa^2$. Таблица 3.2 содержит коэффициенты разложения при соответствующих степенях t для гиперболической, параболической и эллиптической орбиты соответственно после описанного выше упрощения.

На основании членов разложения из таблицы 3.2 можно определить параметры орбиты. Как уже отмечалось выше, наблюдаемая частота пульсара и её производная искажены воздействием возмущающей массы, в то время как производные частоты более высоких

t	гипербола	парабола	эллипс
1	$\alpha(e - 1)$	α	$\alpha(1 - e)$
t	$\nu + \frac{\beta\nu}{\kappa(e-1)}$	$\nu + \frac{\beta\nu}{\kappa}$	$\nu - \frac{\beta\nu}{\kappa(1-e)}$
t^2	$-\frac{\alpha\nu}{2!\kappa^2(e-1)^2} + \frac{\dot{\nu}}{2}$	$-\frac{\alpha\nu}{\kappa^2} + \frac{\dot{\nu}}{2}$	$-\frac{\alpha\nu}{2!\kappa^2(1-e)^2} + \frac{\dot{\nu}}{2}$
t^3	$-\frac{\beta\nu}{3!\kappa^3(e-1)^4}$	$-\frac{\beta\nu}{3\kappa^3}$	$\frac{\beta\nu}{3!\kappa^3(1-e)^4}$
t^4	$\frac{(1+3e)\alpha\nu}{4!\kappa^4(e-1)^5}$	$\frac{2\alpha\nu}{3\kappa^4}$	$\frac{(1+3e)\alpha\nu}{4!\kappa^4(1-e)^5}$
t^5	$\frac{(1+9e)\beta\nu}{5!\kappa^5(e-1)^7}$	$\frac{\beta\nu}{3\kappa^5}$	$-\frac{(1+9e)\beta\nu}{5!\kappa^5(1-e)^7}$
t^6	$-\frac{(1+24e+45e^2)\alpha\nu}{6!\kappa^6(e-1)^8}$	$-\frac{7\alpha\nu}{9\kappa^6}$	$-\frac{(1+24e+45e^2)\alpha\nu}{6!\kappa^6(1-e)^8}$
t^7	$-\frac{(1+54e+225e^2)\beta\nu}{7!\kappa^7(e-1)^{10}}$	$-\frac{4\beta\nu}{9\kappa^7}$	$\frac{(1+54e+225e^2)\beta\nu}{7!\kappa^7(1-e)^{10}}$

Таблица 3.2: Коэффициенты разложения фазы пульсара по степеням времени при движении по гиперболической, параболической и эллиптической орбите.

порядков почти полностью вызваны возмущением от пролетающего тела. При некоторых физических предположениях (например, сравнивая соотношение ν и $\dot{\nu}$ у других пульсаров) частота и производная частоты могут быть восстановлены, как если бы возмущений не было.

Запишем решение для орбитальных параметров α , β , e , κ , пренебрегая пока наличием производной частоты $\dot{\nu}$.

$$\alpha = \frac{3\dot{f}^2\ddot{f}}{\nu(5\ddot{f}\dot{f}^{(3)} - 2\dot{f}\dot{f}^{(4)})}, \quad (3.78)$$

$$\beta = \frac{3\sqrt{3}\dot{f}^{3/2}\ddot{f}^{5/2}}{\nu(5\ddot{f}\dot{f}^{(3)} - 2\dot{f}\dot{f}^{(4)})(-4\ddot{f}\dot{f}^{(3)} + \dot{f}\dot{f}^{(4)})}, \quad (3.79)$$

$$e = -\frac{\ddot{f}\dot{f}^{(3)} - \dot{f}\dot{f}^{(4)}}{3\dot{f}\dot{f}^{(4)} - 9\ddot{f}\dot{f}^{(3)}}, \quad (3.80)$$

$$\kappa = \frac{3\sqrt{3}\dot{f}\ddot{f}(-3\ddot{f}\dot{f}^{(3)} + \dot{f}\dot{f}^{(4)})}{2(-5\ddot{f}\dot{f}^{(3)} + 2\dot{f}\dot{f}^{(4)})}. \quad (3.81)$$

Данные соотношения можно непосредственно использовать только после того, как из величины \dot{f} вычтена $\dot{\nu}$. Следует также отметить, что данные соотношения получены из разложений около момента прохождения перицентра, который подразумевался известным. Для некоторых пульсаров этот момент определяется достаточно уверенно по экстремуму второй производной вращательной фазы пульсара. Следует также отметить, что эпоха вращательных параметров пульсара (фазы и её производных) должна совпадать с эпохой перицентра. Расчёты усложняются, если интервал наблюдений не содержит момента прохождения перицентра, так как в данном случае появляется ещё один дополнительный орбитальный параметр.

3.3 Спектры мощности вариаций МПИ

Гравитационные возмущения, действующие на пульсар в шаровом скоплении, и возмущения в движении Земли от пролетающих мимо астероидов могут быть рассмотрены совершенно в другом аспекте. Для этого нужно рассмотреть такие возмущения как дробовой шум, т. е. сумму большого числа кратковременных импульсов (Корн & Корн, 1984)

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k v(t - t_k), \quad (3.82)$$

форма которых даётся функцией $v = v(t)$, имеющей фурье-образ

$$V_F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (3.83)$$

в то время как амплитуда импульса a_k есть случайная величина с конечной дисперсией, а последовательность случайных моментов t_k представляет процесс Пуассона со средней скоростью отсчётов θ . Такой процесс стационарен и эргодичен, если он начинается с $t = -\infty$; он аппроксимируется гауссовским случайным процессом, если импульсы перекрывают друг друга достаточно часто. Для этого процесса первый и второй моменты даются выражениями:

$$\mathbf{M}x(t) = \xi = \theta \mathbf{M}a_k \int_{-\infty}^{\infty} v(t) dt, \quad (3.84)$$

$$\mathbf{M}x^2(t) = \xi^2 + \theta \mathbf{M}a_k^2 \int_{-\infty}^{\infty} v^2(t) dt, \quad (3.85)$$

автоковариационная функция

$$R_{xx}(\tau) = \xi^2 + \theta \mathbf{M}a_k^2 \int_{-\infty}^{\infty} v(t)v(t+\tau) dt \quad (3.86)$$

и спектр мощности

$$S_{xx}(\omega) = 2\pi\xi^2\delta(\omega) + \theta \mathbf{M}a_k^2 |V_F(i\omega)|^2. \quad (3.87)$$

В формулах (3.84)-(3.87) \mathbf{M} - среднее значение, R_{xx} - автокорреляционная функция, S_{xx} - спектральная плотность. В частном случае, когда a_k фиксированные постоянные, формулы (3.84)-(3.87) известны как формулы Кемпбелла (Теребиж, 1992)

В расчётах, представленных в данной главе, $v(t)$ - это полином времени n -й степени, который, однако, не может характеризоваться каким-то одним масштабным коэффициентом a_k . В величине $\mathbf{M}a_k^2$, которая является линейной комбинацией коэффициентов полинома, можно выделить общий множитель, который равен $\frac{aM_2 \sin i}{M_1+M_2}$. Величины t_k соответствуют моментам прохождения компаньоном пульсара перицентра орбиты.

Итак, рассмотрим преобразование Фурье полинома 5-й степени, из которого, как это обычно делается при обработке данных хронометрирования, вычтен квадратичный полином. (В следующей главе на конкретном примере станет ясно, почему рассматривается полином именно 5-й степени). Так как в практических расчётах всегда имеют дело с ко-

нечными рядами, то считаем преобразование Фурье на конечном интервале, что даёт

$$\begin{aligned}
V_F(i\omega) &= \int_{-T/2}^{T/2} (\ddot{v}t^3 + \nu^{(3)}t^4 + \nu^{(4)}t^5)e^{-i\omega t} dt = \\
&\frac{T^3(10T\nu^{(3)} \sin \frac{\omega T}{2} + i(80\ddot{v} + T^2\nu^{(4)}) \cos \frac{\omega T}{2})}{1920\omega} + \\
&\frac{T^2(8T\nu^{(3)} \cos \frac{\omega T}{2} - i(48\ddot{v} + T^2\nu^{(4)}) \sin \frac{\omega T}{2})}{192\omega^2} + \\
&\frac{T(-6T\nu^{(3)} \sin \frac{\omega T}{2} - i(24\ddot{v} + T^2\nu^{(4)}) \cos \frac{\omega T}{2})}{24\omega^3} - \\
&\frac{4T\nu^{(3)} \cos \frac{\omega T}{2} + i(8\ddot{v} + T^2\nu^{(4)}) \sin \frac{\omega T}{2}}{4\omega^4} + \\
&\frac{2\nu^{(3)} \sin \frac{\omega T}{2} + iT\nu^{(4)} \cos \frac{\omega T}{2}}{\omega^5} - \\
&\frac{2i\nu^{(4)} \sin \frac{\omega T}{2}}{\omega^6}
\end{aligned} \tag{3.88}$$

В квадрате преобразования Фурье были сделаны замены $\sin^2 \frac{\omega T}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$, $\cos^2 \frac{\omega T}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$. Эти замены возможны, так как данные члены есть периодические функции интервала наблюдений и, таким образом, они вносят дополнительные флуктуации в степенную часть спектра, усложняя его анализ. По той же причине были исключены периодические члены из чётных составляющих спектра. Квадрат преобразования Фурье после вышеизложенных

упрощений выглядит следующим образом

$$\begin{aligned}
|V_F(i\omega)|^2 = V_F \cdot V_F^* &= \frac{T^6}{\omega^2} \left(\frac{\nu_2^2}{2304} + \frac{T^2\nu_3^2}{73728} + \frac{T^2\nu_2\nu_4}{46080} + \frac{T^4\nu_4^2}{14745600} \right) - \\
&\frac{T^5 \sin \omega T}{\omega^3} \left(\frac{(48\nu_2 + T^2\nu_4)(80\nu_2 + T^2\nu_4)}{368640} - \frac{T^2\nu_3^2}{4608} \right) - \\
&\frac{T^4}{\omega^4} \left(\frac{\nu_2^2}{96} + \frac{T^2\nu_3^2}{2304} + \frac{11T^2\nu_2\nu_4}{11520} + \frac{T^4\nu_4^2}{122880} \right) + \\
&\frac{T^3 \sin \omega T}{\omega^5} \left(\frac{\nu_2^2}{3} - \frac{T^2\nu_3^2}{64} + \frac{13T^2\nu_2\nu_4}{480} + \frac{T^4\nu_4^2}{2880} \right) + \\
&\frac{T^4}{\omega^6} \left(\frac{\nu_2\nu_4}{96} + \frac{T^2\nu_4^2}{11520} \right) - \\
&\frac{T \sin \omega T}{\omega^7} \left(2\nu_2^2 - \frac{T^2\nu_3^2}{3} + \frac{2T^2\nu_2\nu_4}{3} + \frac{T^4\nu_4^2}{60} \right) + \\
&\frac{2\nu_2^2}{\omega^8} + \frac{T \sin \omega T}{\omega^9} \left(-2\nu_3^2 + \frac{\nu_4(12\nu_2 + T^2\nu_4^2)}{3} \right) + \\
&\frac{2\nu_3^2 - 4\nu_2\nu_4}{\omega^{10}} - \frac{2T\nu_4^2 \sin \omega T}{\omega^{11}} + \frac{2\nu_4^2}{\omega^{12}}
\end{aligned} \tag{3.89}$$

Полученный теоретический спектр мощности (3.89) имеет максимальный наклон -12. Вообще, спектр мощности полинома степени n имеет максимальный наклон $-2n - 2$. Таким образом, чем полиномом более высокой степени описываются остаточные уклонения, тем больший наклон имеет спектр мощности. При выводе спектра (3.89) не говорилось никаких слов о величине и происхождении производных вращательной частоты. Если сделать естественное предположение, что различные физические причины будут приводить к появлению производных частоты вращения, имеющих разные относительные значения, то это различие немедленно обнаружится в спектре мощности по тому, как соотносятся между собой части спектра, имеющие разный наклон. В следующем разделе это свойство спектра мощности будет использовано для определения некоторых орбитальных параметров пульсара PSR B1620-26.

3.4 Экспериментальные данные и их интерпретация

Данный раздел посвящён данным наблюдений двух пульсаров PSR B1620-26 и B1822-09. Для пульсара PSR B1620-26 известны только вращательная частота и её производные по

четвёртую включительно, а на пятую производную наложен только предел, который не совпадает по знаку с величиной $f^{(5)}$, выводимой из теоретических соотношений таблицы 3.2. Знак производных вращательной частоты от $\dot{\nu}$ до $\nu^{(5)}$ ведёт себя как $--++-$, что при положительных α и β даёт отрицательный знак у $\nu^{(5)}$. По причине такого несоответствия величина $f^{(5)}$ не будет принимать участия в дальнейших вычислениях. На основании численных значений вращательных параметров PSR B1620-26 будут выведены параметры орбиты пульсара.

Для пульсара PSR B1822-09 имеются наблюдательные данные в виде остаточных отклонений, которые были предоставлены автору настоящей работы Т. В. Шабановой (1999). Эти данные будут использованы для вывода численных значений производных и относительного изменения частоты вращения. На основе полученных численных параметров будут найдены две возможных орбиты: гиперболическая и эллиптическая.

3.4.1 Пульсар PSR B1620-26

В качестве исходных данных можно использовать вращательные параметры пульсара PSR B1620-26 на эпоху $JD = 2448725.5$, взятые из работы (Thorsett et al, 1999):

$$\begin{aligned} f &= 90.287332005426(14)\text{s}^{-1}, \\ \dot{f} &= -5.4693(3) \times 10^{-15}\text{s}^{-2}, \\ \ddot{f} &= 1.9283(14) \times 10^{-23}\text{s}^{-3}, \\ f^{(3)} &= 6.39(25) \times 10^{-33}\text{s}^{-4}, \\ f^{(4)} &= -2.1(2) \times 10^{-40}\text{s}^{-5}, \\ f^{(5)} &= 3(3) \times 10^{-49}\text{s}^{-6}. \end{aligned}$$

При подстановке данных вращательных параметров в формулы таблицы 3.2 получается, что $e \approx -0.5$, что бессмысленно по определению эксцентриситета. Чтобы получить более разумный результат можно решить обратную задачу: предположить, что орбита эллиптическая, т.е. $0 \leq e < 1$, и затем вычислить невозмущенную величину $\dot{\nu}$:

$$\dot{\nu} = \dot{f} - \frac{1 + 9e}{1 + 3e} \frac{\dot{f} f^{(3)}}{f^{(4)}}. \quad (3.90)$$

При изменении e от 0 до 1 производная частоты $\dot{\nu}$ меняется от $-4.7353 \cdot 10^{-15}$ до $-3.6331 \cdot 10^{-15}$. Для вычисления величин α , β , κ по формулам таблицы 3.2 необходимо вместо величины \dot{f} подставлять $\dot{f} - \dot{\nu}$, т. е. ту часть производной вращательной частоты, которая вызвана именно гравитационным возмущением. Предположив, что эксцентриситет $e = 0$ и суммарная масса системы $M = 1.7M_{\odot}$, получаем $\alpha = 0.75$ с, $\beta = 5.95$ с, период $P_b = 2\pi/n = 60$ лет, проекция большой полуоси $x = a_1 \sin i = 6.0$ с, большая полуось $a = 18$ а. е., масса компаньона $m_2 \sin i = \frac{a_1}{a} M \approx 10^{-3} M_{\odot}$.

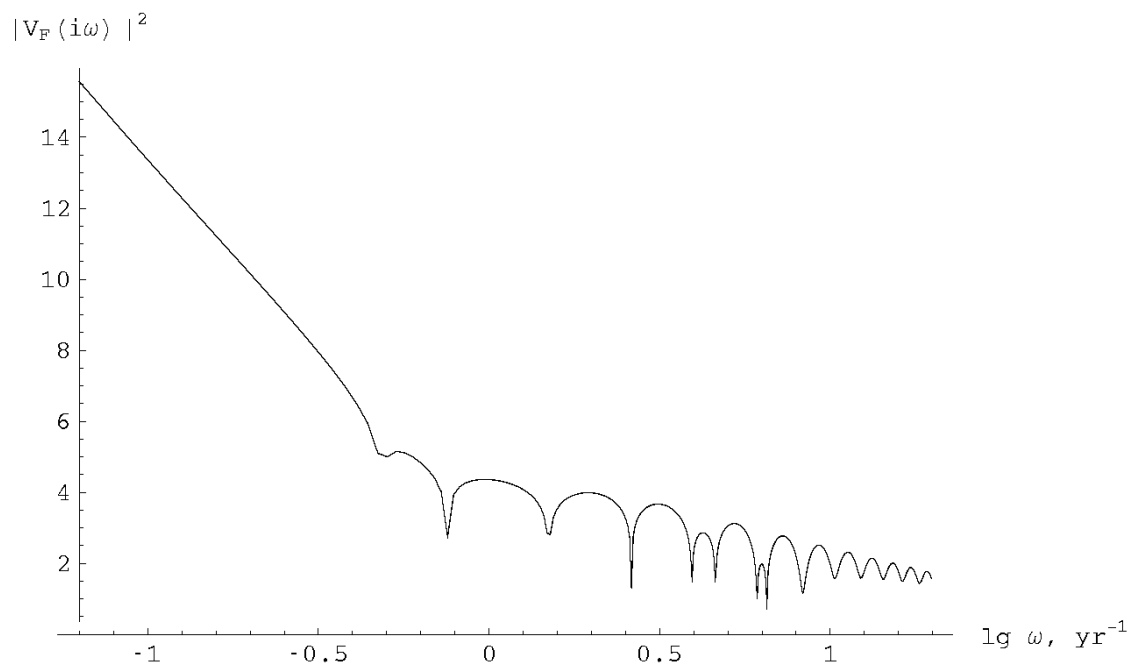


Рис. 3.6: Спектр мощности остаточных уклонений МПИ пульсара, рассчитанный на основании измеренных вращательных параметров пульсара В1620-26 и формулы (4.89). Спектр рассчитывался только с учётом параметров $\ddot{\nu}$, $\nu^{(3)}$, $\nu^{(4)}$, т. к. предполагалось, что из остаточных уклонений в результате подгонки уже вычтен квадратичный полином времени. Спектр построен на интервале наблюдений $T = 10^8$ с.

На рисунке 3.6 показан теоретический спектр мощности остаточных уклонений пульсара PSR 1620-26. Для его расчёта использовались вращательные параметры $\dot{\nu}$, $\nu^{(3)}$, $\nu^{(4)}$, т.к. предполагалось, что в результате стандартной процедуры подгонки параметров из остаточных уклонений вычтен полином 2-й степени (отчасти это было вызвано задачей упростить последующие выкладки). Видны только две компоненты: с наклоном -2 и с наклоном -12. Все составляющие спектра с промежуточными наклонами поглотились этими двумя. Далее, зная из формулы (3.89) выражения амплитуд при компонентах ω^{-2} и ω^{-12} , а также зная, как выражаются $\dot{\nu}$, $\nu^{(3)}$, $\nu^{(4)}$ через параметры орбиты, можно извлечь из спектра информацию об орбитальных параметрах. Необходимо отметить, что в данном случае орбитальные параметры, определённые из спектра мощности, нужно интерпретировать как среднестатистические, т. е. как если бы пульсар имел систему из большого числа (малых) планет, каждая из которых возмущала бы движение пульсара.

Приравнивание спектральных компонент с наклонами -2 и -12 в точке, где их интенсивности равны, даёт следующее уравнение (в предположении, что $e = 0$)

$$\frac{2\nu_4^2}{\omega^{12}} = \frac{\nu_2^2 T^6}{2304\omega}, \quad (3.91)$$

откуда после элементарных преобразований

$$\langle \kappa^2 \rangle = \frac{\nu_2}{\nu_4} = \frac{\sqrt{4608}}{\omega^5 T^3}, \quad (3.92)$$

$$\langle P_b \rangle = 2\pi \langle \kappa \rangle = \frac{8.24}{\omega^{5/2} T^{3/2}}. \quad (3.93)$$

Определённый из уравнения (3.93) среднестатистический период $P_b \approx 70$ лет хорошо согласуется с периодом 60 лет, полученным ранее.

3.4.2 Пульсар PSR B1822-09

Наблюдениям этого пульсара посвящена статья Т.В.Шабановой (Shabanova, 1998), которая любезно предоставила в распоряжение автора остаточные уклонения.

Этот пульсар обладает активностью, которая выражается в том, что у него вдруг спонтанно начинает меняться период, который затем стабилизируется. Такое поведение не укладывается в рамки обычных представлений о глитчах, происходящих во внутренних областях пульсаров, не говоря уж о том, что такое поведение просто не подходит под определение глитча, который должен быть достаточно кратковременным событием.

Постепенное изменение периода находит своё естественное объяснение (хотя и не единственное), если вспомнить, что пульсары являются движущимися объектами, которые

могут взаимодействовать с другими телами, в результате чего у них изменяется лучевая скорость. Это немедленно приводит к тому, что наблюдатель фиксирует изменение наблюдаемой частоты вращения пульсара.

Перед началом вычисления производных частоты вращения этого пульсара была проведена кубическая сплайн-аппроксимация данных, на основе которой был получен новый равномерный ряд с интервалом между отсчётами 10 суток. Данный интервал был выбран потому, что среднее расстояние между точками исходного ряда было также около 10 суток. Операция равномеризации ряда искажает только высокочастотную его часть, в то время как низкочастотные колебания полностью сохраняются. Форма спектра мощности при этом также сохраняется в области низких частот. Изменение частоты вращения $\Delta\nu/\nu$ находилось путем численного взятия производной равномерного ряда (вычислялись конечные разности). Так как численное взятие производной – операция неустойчивая, то перед вычислением производных частоты $\dot{\nu}/\nu$, $\ddot{\nu}/\nu$, $\nu^{(3)}/\nu$ и $\nu^{(4)}/\nu$ каждый новый ряд предварительно сглаживался по 21 точке с прямоугольным окном.

За момент максимального сближения пульсара с предполагаемым телом был взят момент $\text{MJD}(T_0) = 49940$ (Shabanova, 1998). Для нахождения численных значений наблюдаемых параметров орбиты пульсара α , β , κ , e использовались уравнения, справедливые для гиперболического и эллиптического движения. Параболическое движение ввиду его маловероятности не рассматриваем. Выпишем уравнения гиперболического движения

$$\begin{aligned}\Delta z &= \frac{2\alpha}{\kappa e}, \\ \frac{\ddot{f}}{f} &= -\frac{\beta}{\kappa^3(e-1)^4}, \\ \frac{f^{(3)}}{f} &= \frac{(1+3e)\alpha}{\kappa^4(e-1)^5}, \\ \frac{f^{(4)}}{f} &= \frac{(1+9e)\beta}{\kappa^5(e-1)^7},\end{aligned}\tag{3.94}$$

где для левых частей уравнений были приняты следующие значения $\frac{\dot{f}}{f} = -3.1(7) \times 10^{-16}$, $\frac{\ddot{f}}{f} = -4(5) \times 10^{-24}$, $\frac{f^{(3)}}{f} = 1.7(5) \times 10^{-30}$, $\frac{f^{(4)}}{f} = 4(5) \times 10^{-38}$, $\frac{f^{(5)}}{f} = -2.0(4) \times 10^{-44}$, $|\Delta z| = 1.26 \times 10^{-8}$. Наблюдательные данные вместе с теоретическими кривыми поведения вращательной фазы, частоты и её производных в зависимости от времени показаны на рисунке 3.7.

В предположении гиперболического движения были получены следующие орбитальные параметры: $\alpha = -0.27$ с, $\beta = -0.038$ с, $n = 7.2 \times 10^{-8}$ с $^{-1}$, эксцентриситет $e = 3.15$, прицельное расстояние $b = 7$ а. е., масса компаньона $m_2 \sin i = 3.7 \times 10^{-4} M_\odot$, скорость на

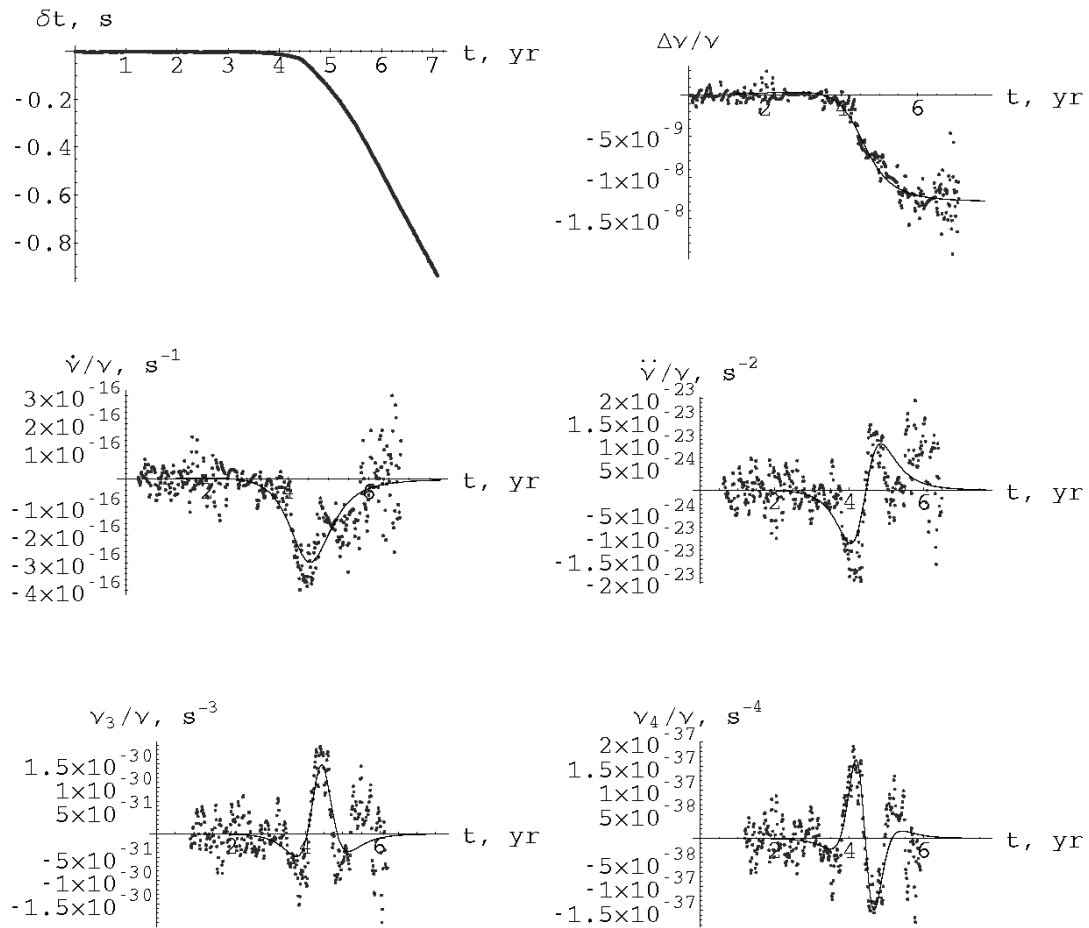


Рис. 3.7: Остаточные уклонения пульсара PSR 1822-09 и производные частоты вращения. Расчёт производился в предположении гиперболической орбиты. Точками показаны наблюдательные данные, сплошной кривой - теоретические расчёты. Для краткости введены обозначения $\nu^{(3)} = \nu_3$, $\nu^{(4)} = \nu_4$

бесконечности $V_\infty = 17$ км/с.

Для объяснения наблюдаемых остаточных уклонений пульсара PSR B1822-09 также возможно использовать предположение о движении компаньона пульсара по эллиптической орбите. Если период обращения компаньона вокруг пульсара достаточно велик, то с помощью квадратичного полинома можно, в принципе, подогнать часть орбитального движения вокруг апоцентра орбиты, где движение пульсара относительно медленно, и для аппроксимации вращательной фазы пульсара достаточно производных невысокого порядка. Ситуация меняется коренным образом, когда пульсар приближается к перигею орбиты, и нескольких производных частоты уже недостаточно для адекватной подгонки вращательной фазы пульсара. Расчёты, аналогичные приведённым выше для гиперболической орбиты, были сделаны и для эллиптической орбиты. Результаты расчётов приведены на рисунке 3.8.

В рамках эллиптического движения были получены следующие орбитальные параметры: $\alpha = 0.14$ с, $\beta = -0.027$ с, $n = 3.5 \times 10^{-8}$ с⁻¹, эксцентриситет $e = 0.27$, большая полуось $a = 3.6$ а. е., орбитальный период $P_b = 5.7$ лет, масса компаньона $m_2 \sin i = 1.2 \times 10^{-4} M_\odot$.

В предыдущем разделе были рассмотрены практические применение формул (3.57), (3.89) и приведённых в таблице 3.2 на примере пульсаров PSR B1620-26 и B1822-09. Решение, полученное для пульсара B1620-26, полностью совпадает с решением из работ (Joshi, Rasio, 1997, Thorset et. al., 1999). Решение в рамках теории гравитационных возмущений, действующих на пульсар B1822-09, является новым, и оно гораздо лучше объясняет наблюдаемый ход остаточных уклонений МПИ. При этом гиперболическое решение возможно, если пульсар находится, например, в шаровом скоплении, состоящем из звёзд малой светимости, и поэтому ненаблюдаемом с Земли. В этой связи были исследованы окрестности этого пульсара на предмет поиска такого скопления. На рисунке 3.9 приведена карта окрестностей пульсара, взятая из Digitized Sky View (<http://skyview.gsfc.nasa.gov>). На угловом расстоянии $\sim 3''$ от пульсара находится звездообразный объект 18^m звёздной величины. В линейной мере это соответствует $\sim 1.5 \times 10^{-2}$ пк. Таким образом, если это не случайное совпадение вдоль луча зрения, то можно предположить гравитационную связь пульсара и объекта. К сожалению, никакой другой информации об окрестностях этого пульсара не имеется.

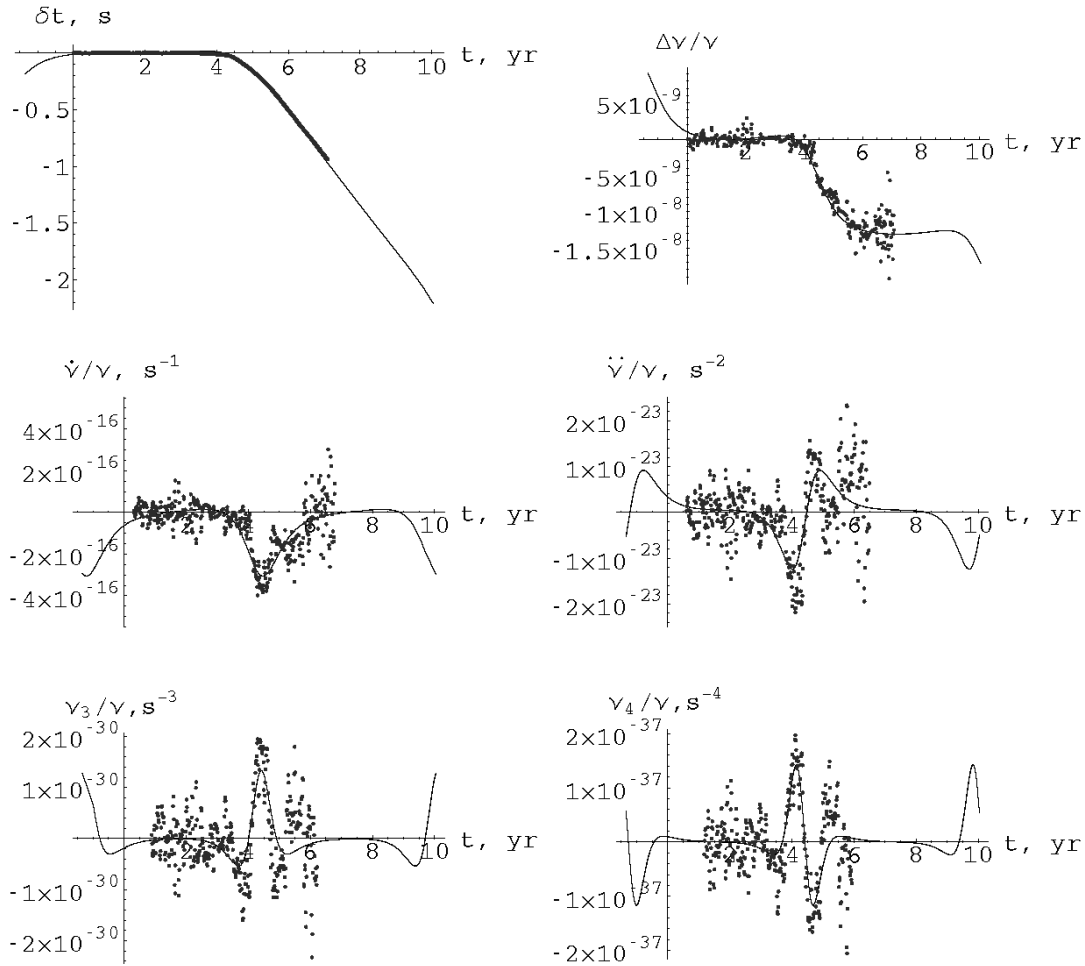


Рис. 3.8: Остаточные уклонения пульсара PSR 1822-09 и производные частоты вращения для эллиптической орбиты. Точками показаны наблюдательные данные, сплошной кривой - теоретические расчёты. Для наглядности показано два периода. Хорошо видно, что в рамках эллиптического движения наблюдается плавное изменение периода с последующей его стабилизацией. Изменение периода соответствует прохождению пульсара вблизи перигентра, постоянный период соответствует участку орбиты около апоцентра. Используются те же обозначения, что и в предыдущем рисунке.

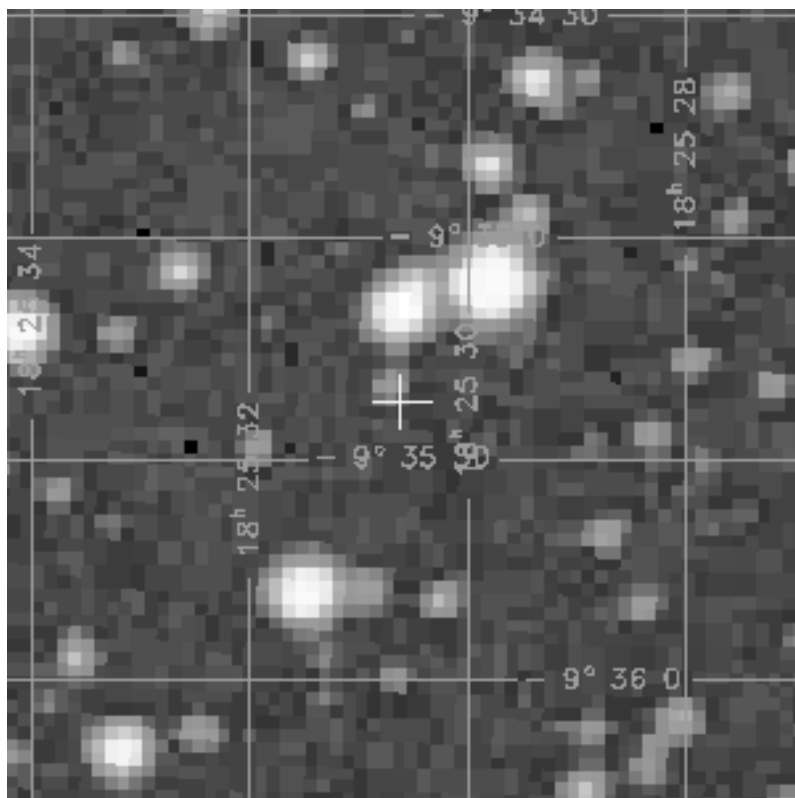


Рис. 3.9: Карта окрестностей пульсара PSR B1822-09. Крестом обозначено положение пульсара.

3.5 Выводы к главе 3

1. Выведены формулы хронометрирования пульсара, возмущаемого массивным телом, пролетающим по гиперболической, параболической и эллиптической орбите. Для гиперболической и параболической орбит это сделано впервые.
2. Выведенные формулы использованы для возможного объяснения наблюдаемых у пульсаров PSR 1620-26 и PSR 1822-09 долгопериодических вариаций МПИ и спонтанных изменений вращательной частоты.
3. Оценены орбитальные параметры, массы, прицельное расстояние и скорость сближения (для пульсара PSR 1822-09) возмущающих тел.
4. На основе выведенных формул хронометрирования рассчитан спектр мощности остаточных уклонений МПИ, который оказался совпадающим со спектром окрашенных шумов и имеет вид $1/f^n$, где $n = 2, 3, 4, \dots$
5. Показано, что, анализируя наклон и амплитуду спектра мощности, также можно вывести среднестатистические орбитальные параметры возмущающих тел.

Глава 4

Перспективы развития

Представляется крайне желательным в будущем проводить регулярные астрономические наблюдения избранных пульсаров с различных точек зрения: астрофизической, астрометрической, метрологической. При этом выбор пульсаров должен, конечно же, зависеть от цели исследования. В значительной мере регулярное хронометрирование пульсаров проводится рядом радиоастрономических обсерваторий. В этой связи хотелось бы в качестве перспективы иметь возможность анализировать данные из различных обсерваторий, представленных в некотором унифицированном формате. Начало этому уже положено в работе (Lorimer, 1998).

Хочется отметить возможность использования пульсаров для навигационных целей в космосе, по аналогии с тем, как это делается с помощью навигационных спутников. Пульсары созданы самой природой в качестве высокоточных стандартов частоты. Имея на борту космического аппарата как минимум три антенны, направленные на навигационные пульсары, и счётчик импульсов, можно по интегральному доплер - эффекту с очень хорошей для космических масштабов точностью измерять положение космического аппарата относительно барицентра Солнечной системы.

4.1 РСДБ-наблюдения сети реперных пульсаров

РСДБ - наблюдения пульсаров – независимый от хронометрирования высокоточный метод определения координат пульсаров. Потенциальная точность РСДБ - измерений достаточно высока и достигает 10^{-4} угловой секунды при условии оптимальной программы наблюдений, конфигурации базы и учёта влияния ионосферы и тропосферы. В данной диссертации описаны измерения, проводимые на однобазовом интерферометре Калязин - Кашима. Присоединение ещё одного пункта к имеющимся двум позволит более экономно распоряжаться наблюдательным временем. В этом случае для источников с высоким склонением уже не

потребуется поворот базы на 90° , а достаточно будет относительно короткого промежутка времени.

Периодические наблюдения избранных пульсаров, по возможности равномерно распределённых по небесной сфере, устанавливают кинематическую систему отсчёта, как описано во введении к данной работе. Так как её точность зависит от точности определения собственных движений пульсаров, то требуются повторные наблюдения для лучшего уточнения этой величины.

4.2 Хронометрирование двойных пульсаров

Как показано в главе 2 двойные пульсары являются подходящими индикаторами наличия или отсутствия коррелированных шумов в спектрах мощности остаточных уклонений МПИ. Одним из источников такого шума являются гравитационные волны, имеющие спектр мощности $\sim 1/f^5$, где f - частота. Как уже было сказано, для обнаружения гравитационных волн нужны пульсары с большим отношением P_b^2/x , что соответствует широким системам с маломассивным компаньоном. Кроме наличия таких систем необходимо их регулярное наблюдение, так как только имея богатый статистический материал можно действительно попытаться измерить тонкие эффекты воздействия гравитационных волн.

Что касается шкалы времени ВРТ, то её стабильность действительно может превосходить стабильность обычной атомной шкалы на очень длительных промежутках времени $\sim 10^2 \div 10^3$ лет. Наблюдая одновременно несколько двойных пульсаров, можно вывести "среднезвёздную" шкалу, как это делается в метрологии.

4.3 Наблюдения пульсаров в шаровых скоплениях

Пульсары в шаровых скоплениях представляют интерес в первую очередь с астрофизической точки зрения, т. к. ускорение пульсара в гравитационном поле скопления не позволяет рассматривать такой пульсар как высокостабильный с хорошо предсказываемой вращательной фазой. Однако, наличие производных частоты вращения позволяет, в свою очередь, исследовать структуру гравитационного поля скопления, распределение массы внутри скопления и, таким образом, позволяет рассматривать пульсары в шаровых скоплениях как своеобразные зонды.

Заключение

Высокоточные астрометрические и радиофизические наблюдения пульсаров являются мощным средством исследования физики магнетосферы пульсаров, их кинематики, окрестностей пульсаров с точки зрения их гравитационного взаимодействия с другими телами, физики межзвёздной среды, гравитационного фона во Вселенной, связи различных систем небесных координат, построения долговременных высокостабильных астрономических шкал времени и, в конечном итоге, построения пространственно-временной системы отсчёта. Пульсары являются, таким образом, уникальными объектами, которые позволяют использовать их в совершенно различных областях науки.

Так как наблюдения пульсаров проводятся на длительных промежутках времени, то экспериментальные данные сильно подвержены искажающему влиянию долговременных факторов, таких, например, как стохастический фон гравитационных волн, вариации меры дисперсии, гравитационные возмущения от близко пролетающих тел, несовершенство планетных эфемерид, флуктуации земной ионосферы, тропосферы и др. По этой причине весьма важной становится задача адекватного учёта такого рода низкочастотных возмущений.

В одночастотных РСДБ-наблюдениях основным искажающим фактором является ионосфера. Вариации полного содержания электронов (ТЭС) в ионосфере происходят с периодом один день. Ошибка в координатах радиоисточника приводит к модуляции групповой задержки с периодом также один день. Таким образом, имеется сильная корреляция между поправкой координат радиоисточников и величиной ТЭС. Если не учитывать воздействие на групповую задержку ионосферы, которая может рассматриваться в данном примере как коррелированная помеха, то получить правильные координаты радиоисточников представляется затруднительным.

В наблюдениях моментов приходов импульсов пульсаров коррелированные шумы проявляют себя в полной своей мере, значительно зашумляя МПИ пульсаров. Тем не менее, в данной ситуации с вредным влиянием низкочастотных шумов в значительной степени удаётся справиться путём использования более адекватной модели при подгонке пуль-

сарных параметров методом наименьших квадратов. В качестве модели может использоваться, например, ряд Фурье. При подгонке остаточных уклонений МПИ пульсаров таким рядом необходимо включать в него член с периодом один год. Тогда зная косинус- и синус-составляющие этого члена, можно вывести поправку координат исследуемого пульсара.

Если рассматривать пульсары как астрономические часы, т. е. с точки зрения исследования стабильности их периода, то и здесь необходимо очень тщательно исследовать влияние коррелированных низкочастотных шумов на точность определения пульсарных параметров. При данном рассмотрении нужно учесть, что низкочастотные шумы имеют спектр мощности, который описывается законом f^{-n} , $n = 1, 2, 3, \dots$. Иногда приходится применять линейную комбинацию этих величин. Корреляционная функция, которая соответствует спектрам мощности данного вида и представляет собой возрастающую по модулю функцию времени (см. таблицу 2.1), входит в выражения для дисперсий оцениваемых параметров и тем самым приводит к тому, что с возрастанием интервала времени дисперсии оценок начинают расти. Данный вывод особенно важен для предсказания того, как поведут себя дисперсии вращательной и орбитальной частоты пульсара с увеличением временного интервала наблюдений. Детальный анализ поведения этих дисперсий в зависимости от интервала наблюдений показал (см. главу 2), что величина относительной стабильности орбитальной частоты σ_v может быть меньше по сравнению с величиной относительной стабильности вращательной частоты σ_y на относительно длительном интервале наблюдений (несколько сотен или тысяч лет).

Исследование свойств низкочастотных шумов позволяет сделать вывод, что для адекватного учёта их воздействия на оцениваемые параметры нужно использовать более продвинутые вычислительные алгоритмы, которые используют более полную модель редукции и учитывают корреляционные свойства шума.

В качестве конкретного примера того, как из низкочастотного шума можно извлечь астрофизическую информацию, можно привести вычисления гравитационных возмущений, действующих на пульсар от близко пролетающего тела. Такое воздействие будет, в частности, проявляться в наличии во вращательной фазе пульсара производных частоты высокого порядка. Для некоторых пульсаров уже измерены производные частоты вращения по пятую включительно. Это позволяет восстановить некоторые орбитальные параметры, наблюдая пульсар в течение доли орбитального периода. Если рассматривать гравитационные возмущения такого рода как дробовой шум, то представляется возможным теоретически вывести спектр мощности с тем, чтобы впоследствии сравнить его с наблюдаемыми спектрами пульсарных шумов и сделать вывод об их природе.

Если рассматривать пульсары с точки зрения наблюдательной, то здесь пульсары также являются полезными объектами. Обладая очень слабыми потоками и импульсным излучением, пульсары предъявляют очень строгие требования к уровню регистрирующей аппаратуры, что автоматически подразумевает высокий уровень специалистов, создающих пульсарную аппаратуру, и качество элементной базы. При создании современной РСДБ-аппаратуры, в частности РСДБ-корреляторов, в качестве обязательных атрибутов обработки непременно отмечается наличие режима коррелирования со стробированием, что позволяет повысить отношение сигнал/шум для импульсных радиоисточников. Наличие такого режима подразумевает высокую технологичность аппаратуры и продвинутость программного обеспечения.

Подытоживая все вышесказанное, необходимо сказать, что необходимо всеми возможными силами продолжать наблюдения и изучение пульсаров.

Библиография

- [1] Абалакин В.К. Основы эфемеридной астрономии.– Москва: Наука, 1979.
- [2] Амиантов И.Н. Избранные вопросы статистической теории связи.– Москва: Сов.радио, 1971
- [3] Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов.– Москва: Мир, 1974.
- [4] Губанов В.С. Метод наименьших квадратов и его приложения в астрометрии. Москва: Наука, 1997.
- [5] Губанов В.С.,Финкельштейн А.М., Фридман П.А. Введение в радиоастрометрию. – Москва: Наука, 1983.
- [6] Гурздян Г. А. Теория межпланетных перелётов. – Москва: Наука, 1992.
- [7] Дорошенко О.В., Копейкин С.М. 1990, Астр. Журнал, **67**, 986.
- [8] Дорошенко О. В., Ларченкова Т., 1995, A&A, **297**, 607.
- [9] Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. – Москва: Статистика, 1973.
- [10] Ильин В.Г., Илясов Ю.П., 1985, ДАН, **4**, 275.
- [11] Илясов Ю.П., Кузьмин А.Д., Шабанова, Т.В., Шитов Ю.П., 1989, В кн. Пульсары, Труды ФИАН, **199**, 149.
- [12] Илясов Ю.П., Имае М., Копейкин С.М., Родин А.Е., Фукушима Т., Двойные пульсары как высокоточные астрономические часы. Труды конференции ”Современные проблемы и методы астрометрии и геодинамики”. Под ред. А. М. Финкельштейна. С-Петербург, 1996, 143.

- [13] Илясов Ю.П., Копейкин С.М., Родин А.Е., Характеристики шкалы эфемеридного времени, основанной на орбитальном движении двойного пульсара. В кн. "Проблемы современной радиоастрономии", т.2. – С-Петербург, 1997, 189.
- [14] Копейкин С.М., 1989, Астр.Журнал, **66**, 1069.
- [15] Копейкин С.М., 1989, Астр.Журнал, **66**, 1289.
- [16] Копейкин С.М., 1990, Астр.Журнал, **67**, 10.
- [17] Корн Г., Корн Т., Справочник по математике для научных работников и инженеров. – Москва: Наука, 1984.
- [18] Костылёв А.А., Миляев Ю.Д., Дорский Ю.Д. и др. Статистическая обработка результатов экспериментов на микро-ЭВМ.– Ленинград: Энергоатомиздат, 1991.
- [19] Куликовский П.Г. Звёздная астрономия.– Москва: Наука, 1985.
- [20] Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – Москва: Мир, 1990.
- [21] Маррей К.Э. Векторная астрометрия. – Киев: Наукова думка, 1986.
- [22] Петров Л.Ю. Вторичная обработка геодезических РСДБ- наблюдений. Сообщения ИПА РАН N 74-76, С-Петербург, 1995.
- [23] Родин А.Е., Влияние пролета массивных тел на вид остаточных уклонений МПИ пульсара. В кн. "Проблемы современной радиоастрономии", т.2.–С-Петербург, 1997, 193.
- [24] Родин А. Е., Секидо М. РСДБ - наблюдения пульсара В0329+54, Тезисы докладов школы-семинара молодых радиоастрономов "Радиоастрономия в космосе". Под ред. А. Д. Кузьмина, 14-16 апреля 1998, Пушино, стр. 8-10.
- [25] Родин А. Е. Гравитационные возмущения как источник шума хронометрирования пульсаров. Тезисы докладов школы-семинара молодых радиоастрономов "Сверхвысокое угловое разрешение в радиоастрономии", Под ред. А. Д. Кузьмина. 9 - 11 июня 1999, Пушино, стр. 19 - 20.
- [26] Субботин М. Ф., Введение в теоретическую астрономию. – Москва: Наука, 1968.
- [27] Теребиж В. Ю., Анализ временных рядов в астрофизике. – Москва: Наука, 1992.

- [28] Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов.— Москва: Радио и связь, 1983
- [29] Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике. — Москва: Энергоатомиздат, 1985.
- [30] Федоров Е.П. Об одной возможности использования пульсаров в астрометрии. 1986, Кинематика и физика небесных тел, **2**, No.6, 40.
- [31] Холопов П.Н. Звёздные скопления. — Москва: Наука, 1981.
- [32] Шабанова Т.В., 1999, Частное сообщение.
- [33] Шабанова Т.В., Ильин В.Г., Илясов Ю.П., 1979, Измерит. техника, No. 10, 73.
- [34] Backer D.C. & Foster R.S., 1990, ApJ, **361**, 300.
- [35] Bartel N., Ratner M.I., Shapiro I.I., Cappalo R.J., Rogers A.E.E., Whitney A.R., AJ **90**, 318, 1985.
- [36] Bartel N., Tropospheric and ionospheric effects on differential astrometry with ground-space based VLBI array. In: Propagation effects in space VLBI. Proc. of workshop. Ed. by L. I. Gurvits, SAO, Leningrad, 1990.
- [37] Bertotti B., Carr B.J., & Rees M.J., 1983, MNRAS, **203**, 945.
- [38] Blandford R., Narayan R., Romani R.W., 1984, J. Astrophys. Astr., **5**, 369-388.
- [39] Cordes J. M., Greenstein G., 1981, ApJ, **245**, 1060.
- [40] Deshpande A. A., D'Allesandro F., McCalloch P. M., 1996, J. Astrophys. Astr., **17**, 7.
- [41] Dewey R. J., Thorsett S. E., Pulsar Timing Limits on Very Low Frequency Stochastic Gravitational Radiation. Pulsars: problems and progress. Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 105; Proceedings of the 160th colloquium of the International Astronomical Union held in Sydney; Australia; 8-12 January 1996; San Francisco: Astronomical Society of the Pacific (ASP); 1996a; edited by S. Johnston, M.A. Walker, and M. Bailes., p.132.
- [42] Dewey R. J., Ojeda M. R., Gwinn C. R., Jones D. L., Davis M. M., 1996b, AJ, **111**, 315.

- [43] Doroshenko O.V., Ilyasov Yu.P., Kopeikin S.M., Sazhin M.V., Pulsar astrometry - availabilities and relativistic aspects of a pulsar reference frame. In: "Inertial coordinate system on the sky". Edited by J. H. Lieske and V. K. Abalakin. Proceedings of the 141 symposium of the IAU. Leningrad: Kluwer Academic Publishers, 1989, 213.
- [44] Downs G.S., Reichly P.E., 1983, ApJ, **53**, 169.
- [45] Folkner W. M., Charlot P., Finger M. H., Williams J. G., Sovers O. J., Newhall X. X., Standish E. M., Jr, 1994, A&A, **287**, 279.
- [46] Fomalont E.B., Goss W.M., Lyne A.G., Manchester R.N., 1984, MNRAS, **210**, 113-130.
- [47] Fomalont E.B., Goss W.M., Lyne A.G., Manchester R.N., Justanont K., 1992, MNRAS, **258**, 497-510.
- [48] Foster R.S., Camilo F., Wolszczan A. High-precision metrology from pulsar J1713+0747, Proceedings of the Seventh Marcel Grossman Meeting on recent developments in theoretical and experimental general relativity, gravitation, and relativistic field theories. Proceedings of the Meeting held at Stanford University, 24-30 July 1994. Edited by Robert T. Jantzen, G. Mac Keiser, and Remo Ruffini, River Edge, New Jersey: World Scientific, 1996., p.1209.
- [49] Gil-Hutton, 1997, P&SS, **45**, 229.
- [50] Guinot B., Petit G., 1991, A&A, **248**, 292.
- [51] Gwinn C.R., Taylor J.H., Weisberg J.M., Rawley L.A., 1986, AJ, **91**, 338.
- [52] Hosokawa M., Ohnishi K., Fukushima T., Takeuti M., A&A, 1993, **278**, L27.
- [53] Johnston S., Manchester R.N., Lyne A.G., Kaspi V.M., D'Amico N., 1995, A&A, **293**, 795.
- [54] Joshi K.J., Rasio F.A., 1997, ApJ, **479**, 948.
- [55] Ilyasov Yp. P., Potapov V. A., Rodin A. E.. Pulsar timing noise spectra of pulsars 0834+06,1237+25, 1919+21, 2016+28 from 1978 - 1999 yrs. observations. Proceedings of the Colloq. IAU 177, 31 Aug. - 3 Sep. 1999, Bonn, Germany.
- [56] Il'in V. G., Isaev L. K., Pushkin S. B., Palii G. N., Ilyasov Yu. P., Kuzmin A. D., Shabanova T. V., Shitov Yu. P., 1986, Metrologia, **26**, 65.

- [57] Kaspi V.M., Taylor J.H., Ryba M.F., 1994, ApJ, **428**, 713-728.
- [58] Kiuchi H., Hama S., Amagai J., Abe Y., Sugimoto Y., Kawaguchi N., 1991, Journal of CRL, **38**, 435
- [59] Kopeikin S. M., 1996, ApJ, **467**, L93.
- [60] Kopeikin S. M., 1997a, MNRAS, **288**, 129.
- [61] Kopeikin S. M., 1997b, Phys. Rev. D, **56**, 4455.
- [62] Kopeikin S. M., 1999, MNRAS, **305**, 563.
- [63] Kovalevsky J., 1991, Preliminary report of the work of the subgroup on coordinate frames and origins. In "Proceedings of the 127th Colloquium of the IAU *Reference Systems*", p.17.
- [64] Lorimer D. R., Jessner A., Seiradakis J. H., Lyne A. G., D'Amico N., Athanasopoulos A., Xilouris K. M., Kramer M., Wielebinski R., 1998, A&AS, **128**, 541.
- [65] Lyne A.G., Anderson B., Salter M.J., 1982, MNRAS, **201**, 503-520.
- [66] Matsakis D. N., Josties F. J., Foster R. S., 1996, Pulsar Astrometry and Improved Terrestrial Clocks. Pulsars: problems and progress. Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 105; Proceedings of the 160th colloquium of the International Astronomical Union held in Sydney; Australia; 8-12 January 1996; San Francisco: Astronomical Society of the Pacific (ASP); —c1996; edited by S. Johnston, M.A. Walker, and M. Bailes., p.113
- [67] Peckham R.J., 1973, MNRAS, **165**, 25.
- [68] Petit G.& Tavella P., 1996, A&A, **308**, 290.
- [69] Rasio F., 1994, ApJ, **427**, L107.
- [70] Rasio F., McMillan S., & Hut P., 1995, ApJ, **438**, L33.
- [71] Rawley L.A., Taylor J.H., Davis M.M., 1988, Fundamental astrometry and millisecond pulsars. ApJ, **326**, 947-953.
- [72] Rodin A.E., Ilyasov Yu.P., Oreshko V.V., Avramenko A.E., Poperechenko B.A., Sekido M., Imae M., Hanado Yu. Pulsar VLBI on Kalyazin (Russia) - Kashima (Japan) baseline. Proceedings of the technical workshop for APT and APSG, Kashima, Japan, 1996, 265.

- [73] Rodin A.E., Kopeikin S.M., Ilyasov Yu.P., 1997, Astronomical time scale based on the orbital motion of a pulsar in a binary system. *Acta Cosmologica*, XXIII-2.
- [74] Rodin A.E., Sekido M. Pulsar period calculation software for pulsar VLBI, Submitted to *Journal of CRL*, 1998.
- [75] Rodin A. E., Ilyasov Yu. P., Oreshko V. V., Sekido M. Timing noise as a source of discrepancy between timing and VLBI pulsar positions. *Proceedings of the Colloq. IAU 177*, 31 Aug. - 3 Sep. 1999a, Bonn, Germany.
- [76] Rodin A. E.. Gravitational perturbations as a source of timing noise, *Proceedings of the Colloq. IAU 177*, 31 Aug. - 3 Sep. 1999b, Bonn, Germany.
- [77] Roberts D. H., Lenar J., Dreher J. W., 1987, *AJ*, **93**, 968.
- [78] Rutman J., 1978, *Proc. IEEE*, **66**, No 9, 1048.
- [79] Ryba M.F. & Taylor J.H., 1991, High-precision timing of millisecond pulsars. I. Astrometry and masses of the PSR 1855+09 system. *ApJ*, **371**, 739-748.
- [80] Sazhin M.V., Safonova M.V., *Astron. & Astrophys. Space Sci.*, **208**, 93.
- [81] Schubart J., 1971, *Celest. Mech.*, **4**, 246.
- [82] Schubart J., 1975, *Astr. and Astroph.*, **39**, 141.
- [83] Sekido, M., Hama, S., Kiuchi, H., Hanado, Y., Takahashi, Y., Imae, M., Fujisawa, K, Hirabayashi, H, *Proceedings of international symposium: VLBI TECHNOLOGY Progress and future Observational possibilities*, ISBN:4-88704-112-8, 306, 1992
- [84] Sekido M., Imae M., Hanado Yu., Hama S., Koyama Y., Kondo T., Nakajima J., Kawai E., Kurihara N., Ilyasov Yu. P., Oreshko V. V., Rodin A. E., Poperechenko B. A. Pulsar VLBI experiment with Kashima (Japan) Kalyazin (Russia) baseline, *Proceedings of the EVN/JIVE Symposium 22-24 Oct. 1998*.
- [85] Sekido M., Rodin A. E., Ilyasov Yu. P., Imae M., Oreshko V. V., Hama S.. Precise coordinates and proper motion of pulsar PSR 0329+54 by Kashima - Kalyazin VLBI. Accepted to *Astron. J.* 1999.
- [86] Shabanova T.V., 1995, *ApJ*, **453**, 779.
- [87] Shabanova T.V., 1998, *A&A*, **337**, 723.

- [88] Sovers O.J., Jacobs C.S., Observation model and parameter partials for the JPL VLBI parameter estimation software "MODEST"-1996. JPL publication 83-39, Rev.6, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, Aug. 1996,
- [89] Standish M., Newhall X. X., Williams J. G., Folkner W. F., 1995, "JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE403/LE403", JPL IOM 314.10-127.
- [90] Taylor J.H., 1989, ApJ, **345**, 434.
- [91] Taylor J.H., 1992, Phil. Trans. R. Soc. Lond., **A341**, 117
- [92] Taylor J.H., Manchester R.N. & Lyne A.G., 1993, ApJ Sup, **88**, 559.
- [93] Thorsett S. E., Arzoumanian Z., Taylor J. H., 1993, ApJ, **412**, L33.
- [94] Thorsett S. E., Arzoumanian Z., Camilo F., Lyne A. G., 1999, ApJ, **523**, 763.
- [95] Williams J.G., 1984, Icarus, **57**, 1.